BIBLIOTECA COMPLETA

DE LA INFANCIA.

TRATADO

DE

ARITMÈTIGA,

con un apéndice que contiene el sistema de medidas, pesos y monedas españolas.

seguido de unos principios elementales de

GEOMETRIA:

escrito en forma de diálogo para el us de los niños, é ilustrado con las figuras necesarias

por D. J. M. Antequera.

TOMO II.

MADRID.
Establecimiento Tipografico-Literario, Universal
LA ILUSTRACION.
Calle de la Madera baja, número 8.

Habiendo espuesto en el tomo primero de nuestra Biblioteca cuanto dice relacion á la lectura, la escritura y el conocimiento de nuestro idioma, el órden natural exige que ocupemos el tomo segundo con algunas nociones de Aritmética: este tratadito y los del tomo anterior deben considerarse como los primeros rudimentos de la instruccion, de esa instruccion indispensable para toda clase de personas.

Hacemos seguir á la Aritmética un apéndice que contiene el sistema de monedas, pesos y medidas españolas, porque esta esposicion facilita en sumo grado la práctica de las operaciones que en la misma se enseñan. Por último, consagramos el resto de este libro á la Geometría, cuyas nociones son, entre cuantas pueden ofrecer las ciencias exactas, las mas útiles y necesarias para el ejercicio de cualquiera profesion, arte ó industria á que el hombre consagre su vida.

Para aprender perfectamente ambos tratados, cuya esposicion hemos hecho del modo mas sencillo y mas claro posible, no basta una lectura superficial y poco detenida: se necesita un estudio reflexivo y continuados ejercicios sobre las reglas que en ellos se contienen: esto encargamos á cuantos lo tomen en la mano, despues de haber procurado por nuestra parte poner al alcance de todos estos importantes conocimientos.

ARITMÉTICA.

LECCION I.

De la numeracion.

P. Qué es *aritmética*?

R. La ciencia que trata de averiguar las relaciones y propiedades de los números.

P. Qué es lo primero que necesitamos saber acerca de los números?

R. Lo primero que debemos aprender son los nombres que damos á cada número ó á cada coleccion de unidades; como *uno*, *dos*, *diez*, *ciento*, *mil*, *un millon*.

P. Cada coleccion de unidades tiene su nombre particular?

R. No señor, porque esto seria interminable; y asi se ha discurrido un sencillo mecanismo, por medio del cual se espresan con muy pocas palabras todos los números que podemos necesitar.

P. Me esplicareis esto prácticamente?

R. Si señor: una sola unidad se espresa por la palabra *uno*: á uno y uno llamamos *dos*: á dos y uno *tres*; á tres y uno *cuatro*; y así seguimos diciendo *cinco*, *seis*, *siete*, *ocho*, *nueve* y *diez*; á esta coleccion de unidades llamamos *unidad de decena*: y desde ella volvemos á empezar diciendo diez y uno, diez y dos, aunque por una irregularidad del lenguaje decimos, *once*, *doce*, *trece*, *catorce*, *quince*, *diez y seis*, y así sucesivamente hasta que llegamos á dos dieces ó dos veces diez, lo cual llamamos *veinte*: desde veinte seguimos otra vez contando *veinte* y *uno*, *veinte* y *dos*, *veinte* y *tres*, *veinte* y *cuatro* y sucesivamente hasta que tenemos tres dieces, á lo que decimos *treinta*; y seguimos contando *treinta* y *uno*, *treinta* y *dos*, *treinta* y *tres* etc., hasta cuatro dieces, ó *cuarenta*. Por fin, si saltamos de diez en diez vamos llamando á cinco dieces *cincuen-*

ta, á seis dieces *sesenta*, á siete *setenta*, á ocho *ochenta*, á nueve *noventa;* y cuando llegamos á diez dieces, se usa de la palabra *ciento*, á lo cual llamamos *unidad de centena*.

P. Cómo se cuenta desde ciento en adelante?

R. Volviendo á empezar por el *ciento* y *uno*, *ciento* y *dos*, *ciento* y *tres*, hasta que se llega á dos unidades de centena, ó *doscientos*; y asi se sigue hasta *trescientos*, *cuatrocientos*, *quinientos*, *seiscientos*, *setecientos*, *ochocientos*, *novecientos*: cuando tenemos diez cientos decimos *mil* y llamamos á esto unidad de millar. Desde mil en adelante se continua como al principio, y así decimos *mil* y *uno*, *mil* y *dos*, *mil* y *tres*.... *mil* y *ciento*.... *mil novecientos*.... *dos mil*.... *tres mil*... *veinte mil*.... *cien mil*.... *novecientos mil*, hasta que se llega á mil veces mil, á lo cual llamamos *millon*. Al millon de millon llamamos *billon;* al millon de billon, *trillon*; y asi sucesivamente: pero por lo general no hay cantidades que pasen del billon y muy rara vez llegan á este número.

P. Cuántas *cifras* ó *guarismos* se necesitan para escribir todos estos números?

R. Diez, que son:

uno,	*dos,*	*tres,*	*cuatro,*	*cinco,*	*seis,*	*siete,*	*ocho,*	*nueve,*	*cero*
1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9,	0,

de las cuales cada una espresa la cantidad de la palabra que tiene encima.

P. Cómo se pueden espresar todos los números con solo estos guarismos?

R. Considerando en ellos, ademas del valor propio que se les acaba de fijar, otro valor relativo al lugar que ocupan, contando de derecha á izquierda. Así un guarismo cualquiera, tal como el 3, si está en el primer lugar, espresa *tres* unidades; si está en el segundo tres decenas, ó *treinta*; si en el tercero, tres centenas ó *trescientos*; si en el cuarto, *tres mil*, y asi sucesivamente.

P. Para qué sirve el cero?

R. Para ocupar un lugar si falta en un número alguna de las unidades de especie inferior: por ejemplo, en el número *veinte*; como este número equivale á 2 decenas, se colocará el 2 en segundo lugar; y como faltan las unidades, se pondrá un cero en lugar de estas; y asi se escribirá: 20.

P. Me esplicareis con mas generalidad y estension qué lugar está destinado para cada clase de unidades?

R. Si señor: se verá muy claramente colocándolas del modo que sigue:

etc.	3	5	7	9	4	8	6	2	5	9	3	7	4	2	8
	centenas de billon	decenas de billon.	billones.	centenas de millar de millon	decenas de millar de millon	millares de millon	centenas de millon	decenas de millon	millones	centenas de millar	decenas de millar	millares	centenas	decenas	unidades

pues de este modo se ve prácticamente que el primer lugar es para las unidades, el segundo para las decenas, el tercero para las centenas, y asi de todos los demas; con-

contando siempre de derecha á izquierda.

P. Cómo se escriben los números?

R. Se colocan sucesivamente los guarismos, unos al lado de otros, empezando por la izquierda, teniendo presente la sucesion de cada órden de unidades para no omitir ninguno, y ocupando con ceros los lugares de aquellas clases de unidades que falten en el número que se escribe.

P. Para aclarar esta regla me escribireis el número *cuatro mil doscientos dos*?

R. Si señor: lo primero que tengo que escribir es *cuatro mil*, para lo cual pongo un 4 que debe quedar en cuarto lugar despues de escrito el número, porque representa *millares*: sigue luego el *doscientos*, ó sean dos unidades de centena, lo cual espresaré por un 2 colocado junto al 4, y tendremos escrito: 42: siguen luego las unidades de decena, y como no las hay en el número propuesto, puesto que no tiene *diez*, *veinte*, *treinta* ni ninguna de las demas palabras que representan las unidades de decena, pongo en su lugar un cero, y tendré 420. Faltan por último las unidades, que en el número propuesto son *dos*, y pongo un 2 despues del cero; con lo que resultará 4202, que es el mismo número qué se me pedia.

P. Qué han de hacer los niños para adiestrarse en escribir los números?

R. Escribir por sí mismos una porcion de ejemplos hasta que el hacerlo no les ofrezca dificultad alguna.

P. Cómo se lee un número cuando está escrito?

R. Si tiene pocos guarismos, de modo que se vea claramente el lugar que ocupa cada guarismo y su valor respectivo, no se necesita de otra operacion alguna: pero si es muy largo, se cuentan de derecha á izquierda tres números y al cuarto se coloca una coma: desde el cuarto se cuentan otros tres, y al sétimo se coloca un 1: desde el sétimo se cuentan otros tres y al décimo se coloca otra coma: desde éste se cuentan otros tres y al décimo tercero se coloca un 2: á los otros tres se pone una coma; á los otros tres un 3; y se sigue de este modo. Hecho esto, se principia á leer el número, diciendo *mil* en donde se encuentre coma, *millon* donde haya un 1, *billon* donde haya un 2, *trillon* donde haya un 3, y así sucesivamente.

P. Me esplicareis esto con un ejemplo?

R. Si señor: Para leer el número

4 2 3 4 6 7 6 4 8 9 7 5 3 0

lo marcaré del modo que queda indicado.

$$42_{2}346,764_{1}897,530$$

y leeré: *cuarenta* y *dos billones*, *trescientos cuarenta* y *seis mil setecientos sesenta* y *cuatro millones*, *ochocientos noventa* y *siete mil quinientas treinta unidades*.

P. De cuántas maneras puede ser el número con relacion á los guarismos que tiene?

R. De dos: *simple* y *compuesto*. Se llama simple al que se compone de un solo guarismo, y compuesto al que consta de dos ó mas.

P. Cuántas operaciones se hacen con los números?

R. Seis, que son: *sumar*, *restar*, *mul-*

tiplicar, *partir*, *elevar á potencias* y *estraer raices*. En este tratadito solo esplicaremos las cuatro primeras.

LECCION II.

De la operacion de sumar, ó de la adicion.

P. Qué es *sumar*?

R. Sumar es juntar en un solo número el valor de dos ó mas: la operacion por medio de la cual se practica esto, se llama *adicion*; los números que se dan para sumar *sumandos*, y el resultado de la operacion, *suma*.

P. Qué se necesita saber ante todas cosas para sumar?

R. Se necesita saber de memoria lo que componen juntos de dos en dos los números simples, para lo cual se debe aprender de memoria la tabla siguiente:

1 y 1 son.....	2	4 y 4 son.....	8
1 y 2	3	4 y 5	9
1 y 3	4	4 y 6	10
1 y 4	5	4 y 7	11
1 y 5	6	4 y 8	12
1 y 6	7	4 y 9	13
1 y 7	8		
1 y 8	9	5 y 5 son.....	10
1 y 9	10	5 y 6	11
		5 y 7	12
2 y 2 son.....	4	5 y 8	13
2 y 3	5	5 y 9	14
2 y 4	6		
2 y 5	7	6 y 6 son.....	12
2 y 6	8	6 y 7	13
2 y 7	9	6 y 8	14
2 y 8	10	6 y 9	15
2 y 9	11		
		7 y 7 son.....	14
3 y 3 son.....	6	7 y 8	15
3 y 4	7	7 y 9	16
3 y 5	8		
3 y 6	9	8 y 8 son.....	16
3 y 7	10	8 y 9	17
3 y 8	11		
3 y 9	12	9 y 9 son.....	18

P. Cómo se hace la operacion de sumar?

R. Se colocan todos los sumandos, unos debajo de otros, de modo que se correspondan las unidades, decenas, centenas etc, unas con otras. Se tira una raya. Se suman primero las unidades, y si no dan mas que unidades, se colocan debajo de la columna de éstas: si dan unidades y decenas, se colocan aquellas en dicho sitio y se reservan las decenas para añadirlas á la columna inmediata; y si dan decenas solas, se colocará un cero debajo de dicha columna de las unidades, reservando las decenas como se ha dicho. Se suman luego las decenas, añadiendo las que resultaron de la columna anterior: si dan centenas, se guardan para añadirlas á la columna que sigue, poniendo las decenas que resulten al pié de la columna de las decenas junto á las unidades que se pusieron antes; ó escribiendo un cero si no resultaren decenas ningunas, sino centenas solas. Se pasa luego á las centenas, y se practica lo mismo que ya se ha dicho con las unidades y decenas, siguiendo así por todas las demas columnas, hasta que se llega á la última de la izquierda, de cuya suma si resultan unidades de especie superior, se ponen á la izquierda del guarismo escrito anteriormente.—El número escrito de esta suerte representa la suma que se pida.

P. Me esplicareis esta regla con un ejemplo?

R. Si señor: supongo que me dan á sumar los tres números 856, 632 y 17: los colocaré uno debajo del otro en la forma que se ve al márgen: tiro una raya; y principio la suma por la columna de las unidades, diciendo:

$$\begin{array}{r}856\\632\\17\\\hline 1505\end{array}$$

6 y 2 son 8, y 7 son 15: 15 unidades hacen 5 unidades y una decena: coloco el 5 debajo de la columna de las unidades, y guardo la decena para sumarla con las inmediatas, diciendo: 1 y 5 son 6, y 3 son 9, y 1 son 10: 10 decenas hacen una centena y no sobra ninguna decena; pongo, pues, un cero debajo de la columna de las decenas junto al 7 y llevo la centena á la columna inmediata, diciendo: 1 y 8 son 9, y 6 son 15: 15 centenas hacen un millar y 5 centenas: pongo las 5 centenas, bajo la columna de éstas junto al

cero anterior, y guardo el millar para sumarlo con los millares de la columna inmediata; pero como no los hay, coloco el 1 al lado izquierdo del 5, y tengo la suma de los tres números propuestos, que es *mil quinientos y cinco.*

P. A qué caso se aplica en el uso ordinario de la vida la operacion de sumar?

R. A todos aquellos en que queremos saber lo que importan reunidas varias porciones de cosas de una misma especie: y como esto ocurre con tanta frecuencia, importa mucho que los niños estén adiestrados en esta operacion. Por ejemplo: sé que un sugeto tiene cada año 12000 rs. de sueldo; 4400 por una pension y 8826 por producto de fincas: si deseo saber cuanta renta anual reune este sugeto, sumaré las tres cantidades, y hallaré que tiene 25226 reales anuales.

LECCION III.

De la operacion de restar, ó de la sustraccion.

P. Qué es *restar?*

R. Restar es averiguar la diferencia que hay entre dos números. La operacion por medio de la cual se verifica esto se llama *sustraccion*; el número que se ha de restar *minuendo*, el que se resta *sustraendo* y lo que resulta de la operacion, *resta esceso, ó diferencia.*

P. Cómo se ejecuta la operacion de restar?

R. Se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan unidades con unidades, decenas con decenas, etc.: se tira despues una raya debajo del sustraendo: se ve la diferencia que hay entre las unidades del sustraendo y las del minuendo, rebajando unas de otras, y esta diferencia se pone debajo de la raya en la columna de las unidades: se hace despues lo mismo con las decenas, centenas, millares etc., y el número que salga debajo de la raya será la resta.

P. Me esplicaréis esta regla con un ejemplo?

R. Si señor: supongo que recibo hoy 846 reales de los cuales tengo que pagar 442, y quiero saber lo que me queda: resto, pues, los 442 de los 884 colocándolos como se ve al márgen, el primero debajo del segundo: tiro una raya, y principio la resta por las unidades; diciendo: si de 6 quito 2, me quedan 4, cuyos 4 coloco debajo de la columna de unidades: paso á las decenas y digo: si de 4 quito 4 no me queda nada; luego deberé poner un cero debajo de la columna de las decenas, junto al 4 anterior; y pasando á las centenas digo: si de 8 quito 4 me quedan, 4 cuyo número pongo bajo la columna de las centeras: resultando que la diferencia ó la resta de los dos números propuestos es 404; ó, lo que es lo mismo, que rebajando 442 reales de los 846 que recibo, me quedan 404.

$$\begin{array}{r} 846 \\ 442 \\ \hline 404 \end{array}$$

P. Hay alguna particularidad en la operacion de restar?

R. Si señor: aunque el minuendo siempre debe ser mayor que el sustraendo, suele suceder que algun guarismo del sustraendo sea mayor que su correspondiente en el minuendo: en este caso para poder verificar la resta, se toma una unidad del guarismo anterior de la izquierda, que vale diez del de la derecha, y añadidas á este ya se puede hacer la resta: despues, al restar el guarismo inmediato se le considera con una unidad menos, de suerte que si era 8 queda en 7, si era 5 en 4 y así sucesivamente.

P. Me aclararéis esta regla con un ejemplo?

R. Si señor: Supongo que me mandan restar el número 4387 del 8729. Colocándolos como se vé al márgen, principio la resta diciendo; si de 9 quito 7 quedan 2, pero al llegar á las decenas, tengo que restar 8 de 2, lo cual es imposible: tomo pues, una centena del 7 que equivale á 10 decenas, y juntas con las dos anteriores hacen 12; y conti-

8729
4387
4342

núo la operacion diciendo: si de 12 quito 8 me quedan 4: paso despues á las centenas, que de 7 han quedado reducidas á 6, y quitando de las 6 las 3 del sustraendo, me quedan 3: por último, quito 4 millares de 8 y me quedan otros 4; con lo cual me resulta la resta de 4342 reales, que es efectivamente la diferencia entre los dos números propuestos.

P. Hay algun otro caso particular en la operacion de restar?

R. Si señor: puede suceder que el minuendo acabe en uno ó mas ceros no teniendo ninguno el sustraendo. En este caso se considera el primer cero como 10 y todos los demas como 9; teniendo cuidado de considerar con una unidad menos al primer guarismo del minuendo inmediato á los ceros.

P. Cómo me explicaréis esto practicamente?

R. Con el siguiente ejemplo: me mandan rebajar 33687 reales de 45000: colocándolos como se vé al margen, considero el primer cero como 10 y los otros dos como 9 y princicio la operacion diciendo: de 10 á 7 van 3, cuyo

```
 45000
 33687
------
11.313
```

número escribo bajo la raya: de 9 á 8 va 1, y hago lo mismo: de 9 á 6 van 3, y tambien lo escribo: al restar el 5 le rebajo una unidad dejándolo en 4; y digo: de 3 á 4 va 1; despues sigo: de 3 á 4 va 1, cuyos dos unos coloco asímismo bajo la raya, resultando que la resta ó diferencia de ambos números es 11.313.

P. Hay algun medio de comprobar la operacion de restar para ver si está bien hecha?

R. Si señor: se suma el sustraendo con la resta, y si la suma es igual al minuendo no cabe duda que la operacion está bien hecha. Esto puede hacerse sin necesidad de tirar raya alguna, puesto que sumando el sustraendo con la resta, se vé al mismo tiempo si van saliendo los guarismos del minuendo.

LECCION IV.

De la multiplicacion.

P. Qué es *multiplicar*?

R. Multiplicar es tomar un número tantas veces como unidades tiene otro. La operacion por medio de la cual se ejecuta esto, se llama *multiplicacion*: el número que se ha de tomar cierto número de veces, se llama *multiplicando*: aquel que con sus unidades espresa las veces que se ha de tomar el multiplicando, se llama *multiplicador*, y lo que resulta de la multiplicacion se llama *producto*.

P. Qué es lo que se necesita saber ante todas cosas para la multiplicacion?

R. El producto que resulta de multiplicar entre sí los números simples; para lo cual es necesario saber de memoria la siguiente tabla:

1 por 1 es......	1	4 por 4 son...	16
1 por 2	2	4 por 5	20
1 por 3	3	4 por 6	24
1 por 4	4	4 por 7	28
1 por 5	5	4 por 8	32
1 por 6	6	4 por 9	36
1 por 7	7		
1 por 8	8	5 por 5 son...	25
1 por 9	9	5 por 6	30
		5 por 7	35
2 por 2 son...	4	5 por 8	40
2 por 3	6	5 por 9	45
2 por 4	8		
2 por 5	10	6 por 6 son...	36
2 por 6	12	6 por 7	42
2 por 7	14	6 por 8	48
2 por 8	16	6 por 9	54
2 por 9	18		
		7 por 7 son...	49
3 por 3 son...	9	7 por 8	56
3 por 4	12	7 por 9	63
3 por 5	15		
3 por 6	18	8 por 8 son...	64
3 por 7	21	8 por 9	72
3 por 8	24		
3 por 9	27	9 por 9 son...	81

P. Cuántos casos ocurren en la multiplicacion?

R. Tres: multiplicar un número simple por otro simple: un compuesto por un simple ó al revés; y un compuesto por otro compuesto.

P. Qué hay que hacer para multiplicar un número simple por otro simple?

R. Saber bien de memoria la tabla anterior, pues en ella se contienen todos los productos de los números de un solo guarismo.

P. Y para multiplicar un compuesto por un simple?

R. Se pone el simple debajo de las unidades del compuesto, y se tira una raya: se multiplican las unidades del multiplicando por el multiplicador, y el producto, si son unidades solas, se coloca en el lugar de las unidades; si son decenas solas, se pone un cero en este lugar, y si son decenas y unidades, se ponen las unidades, guardando las decenas en uno y otro caso para llevarlas al producto de las decenas: luego se multiplican éstas por el mismo multiplicando, y su producto añadiendo las anteriores, si las hay, se coloca en el lugar de las decenas, si son decenas solas, pues si son centenas se reservarán para el producto de éstas, y si son centenas y decenas, se escribirán las decenas, reservando las centenas como queda dicho. Así se continua la operacion hasta que no haya mas guarismos en el multiplicando; y si en este último producto hay unidades de especie superior que llevar, se colocan á la izquierda, y el número que sale debajo es el producto pedido.

P. Me esplicareis esta regla con un ejemplo?

R. Si señor: supongo que se quiere multiplicar el número 356 por 4; colocaré el 4 debajo del 356 como he dicho, y aquí se vé: tiro una raya: y empiezo á multiplicar por las unidades del multiplicando, diciendo: 6 por 4 son 24; y como en 24 hay dos decenas y 4 unidades, coloco el 4 debajo de las unidades y guardo las dos decenas para añadirlas al producto de la columna siguiente, en la cual digo: 5 por 4 son 20 y 2 que llevaba son 22;

$$\begin{array}{r} 356 \\ 4 \\ \hline 1424 \end{array}$$

y como en 22, que son decenas, hay dos centenas y dos decenas, pongo las 2 decenas en su lugar correspondiente y guardo las 2 centenas para añadirlas al producto de éstas, diciendo: 3 por 4 son 12 y 2 que llevaba son 14, que son 4 centenas y un millar: coloco en su lugar las 4 centenas, y guardo el millar para añadirlo al producto de la columna inmediata; pero como no la hay, coloco el 1 hacia la izquierda del 4, y saco que 356 multiplicado por 4 dá 1424.

P. Cómo se multiplica un número compuesto por otro compuesto?

R. Se multiplica todo el multiplicando por las unidades del multiplicador, y el producto se coloca en el lugar que hemos visto en el anterior ejemplo: luego se multiplica todo el multiplicando por las decenas del multiplicador, y este producto se coloca debajo del anterior, corriéndolo un lugar mas hácia la izquierda: despues se multiplica todo el multiplicando por las centenas del multiplicador y este producto se pone debajo del inmediato anterior, corriéndolo otro lugar mas hácia la izquierda; así se continúa hasta que no haya en el multiplicador mas guarismos: llegado este caso se tira otra raya, se suman todos los productos parciales y la suma es el producto pedido.

P. Me explicaréis esto con un ejemplo?

R. Si señor: Supongo que hay que multiplicar 6563 por 248: colocaré ambos números como aquí se vé: multiplico el 6563 por 8, y coloco el producto bajo la raya. Paso despues á multiplicar el 6563 por el 4, y coloco este producto debajo del anterior, corriéndolo un lugar mas hácia la izquierda. Por último, multiplico otra vez el multiplicando por el 2, y corro este producto otro lugar mas hácia la izquierda. No habiendo mas guarismos en el multiplicador, tiro una raya debajo de todos los productos parciales, los sumo, y hallo que 6563 multiplicado por 248 dá 1627624.

$$\begin{array}{r} 6563 \\ 248 \\ \hline 52504 \\ 26252 \\ 13126 \\ \hline 1627624 \end{array}$$

LECCION V.

Continúa el tratado de la multiplicacion.

P. Hay algunos casos en que se abrevia la operacion de multiplicar?

R. Si señor: hay cuatro casos en que se abrevia. *Primero.* Cuando uno de los factores es la unidad. *Segundo.* Cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros. *Tercero.* Cuando uno de los factores ó ambos acaban en ceros. *Cuarto.* Cuando el multiplicador tiene ceros en medio de sus guarismos.

P. Cómo se hace la operacion cuando uno de los factores es la unidad?

R. No se necesita hacerla, porque el producto es igual al otro factor: por ejemplo: 643 multiplicado por 1 es el mismo 643.

P. Cómo se hace la operacion cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros?

R. Añadiendo al otro factor tantos ceros como hay despues de la unidad. Por ejemplo: si quiero multiplicar 526 por 100, añadiré dos ceros al 526 y tendré el producto que es 52600.

P. Cómo se abrevia la multiplicacion cuando uno de los factores ó ambos terminan en ceros?

R. Se hace la operacion como sino hubiese ceros, multiplicando solo los guarismos significativos; y luego se añaden á este producto tantos ceros como habia en ambos factores juntos. Por ejemplo: si quisiera multiplicar 3600 por 12, multiplicaría 36 por 12 que hacen 432, como se vé al márgen: luego añadiria al producto dos ceros, y tendria que el producto de 3600 por 12 es 43200.—Si en vez de 12 hubiera sido el multiplicador 120, hubiera añadido al producto un cero mas, y tambien hubiera salido la operacion exacta.

3600
12
72
36
43200

P. Cómo se abrevia la multiplicacion cuando los ceros están en medio de los guarismos del multiplicador?

R. En este caso se multiplica el multiplicando por los guarismos significativos del multiplicador: al llegar á los ceros no se multiplica por ellos: y al llegar al primer guarismo significativo, se multiplica por él, cuidando de correr el producto de éste, no solo un lugar mas hácia la izquierda, sino tambien otros tantos lugares cuantos ceros habia.

P. Me explicaréis esto con un ejemplo?

R. Si señor. Supongo que quiero multiplicar 4324 por 2004: multiplicaré todo el multiplicando por 4, lo cual me dá el producto parcial de 17296: pasaré por alto los dos ceros del multiplicador: y al llegar á multiplicar por el 2, tendré cuidado de correr el produc-ducto de este guarismo, no solo un lugar mas hacia la izquierda, como se acostumbra en el órden natural de la multiplicacion, sino tambien otros dos por los ceros que se han pasado por alto, que son *tres* lugares; y colocando de este modo el producto parcial 8648 debajo del anterior, sumaré ambos, y tendré que 4324 multiplicado por 2004 da 8665296.

$$
\begin{array}{r}
4324 \\
2004 \\
\hline
17296 \\
8648 \\
\hline
8665296
\end{array}
$$

P. Hay alguna cosa que convenga tener

presente al tiempo de hacer una multiplicacion cualquiera que sea?

R. Si señor: Conviene tener presente que el multiplicador debe ser siempre el número mas pequeño de los dos que se den para multiplicar uno por otro. Así, si me dan á multiplicar 9 por 236, el multiplicador será el 9: si se me dan á multiplicar 948 por 36, será el 36 el multiplicador.

P. A qué casos se aplica la operacion de multiplicar?

R. A varios, que ocurren con mucha frecuencia: por ejemplo; cuando sabiendo el valor de una cosa, me importa saber el de muchas de estas cosas reunidas: cuando se quieren reducir valores en especie superior á otros de especie inferior: y otros de esta naturaleza.

P. Me pondreis algunos ejemplos de estos casos?

R. Si señor: quiero saber cuanto importa 6 varas de paño á 140 reales cada vara; multiplicaré el 140 por 6, y hallaré que las seis varas de paño á 140 rs. importan 840 rs.

Otro ejemplo. Quiero saber cuantos reales hacen 12 onzas de oro; para esto reduzco primero las onzas á duros, multiplicándolas por 16 que tiene cada una, y hallo que hacen 192 duros: despues reduzco los duros á reales, multiplicándolos por 20 qne tiene cada uno, y sacaré por último resultado que las 12 onzas de oro importan 3840 reales.

12 onzas
16
———
72
12
———
192 duros
20
———
3840 rs.

LECCION VI.

De la division.

P. Qué es dividir?

R. Dividir es averiguar cuantas veces un número contiene á otro, ó para que se entienda mejor: averiguar cuanto importa cada parte de un número dividido en tantas como se desee. La operacion por medio de la cual se ejecuta esto se llama *division*; el número que se ha de dividir se llama *dividendo*; aquel por el cual se ha de partir se llama *divisor*;

y lo que resulta de la division se llama *cociente.*

P. Cuántos casos ocurren en la division?

R. Tres: dividir un número simple por otro simple: un compuesto por un simple; y un compuesto por otro compuesto.

P. Qué hay que hacer para dividir un número simple por otro simple?

R. En este caso no hay mas que saber los productos que resultan de multiplicar entre sí los números simples, porque considerando al dividendo como un producto y al divisor como un factor, se va practicando mentalmente la operacion de multiplicar hasta encontrar al otro factor. Esto mismo se hace tambien aun cuando el dividendo sea compuesto de dos guarismos, siempre que el guarismo de especie superior sea menor que el divisor.

P. Me esplicareis esto con algunos ejemplos?

R. Si señor: Si me dan á dividir 9 por 3, ó lo que es lo mismo, me piden que averigüe cuantas veces cabe el número 3 dentro del 9, recurriré á la tabla de multiplicacion que hemos visto en la leccion anterior diciendo: 3 por 1 es tres, 3 por 2 son 6, 3 por 3 son 9: y hallaré que 9 dividido entre 3, toca á 3 á cada uno. Segundo ejemplo: Me dan á dividir 36 por 6 y como el primer guarismo del dividendo que es 3, es menor que el divisor 6, haré la misma operacion, y empezaré diciendo: 1 por 6 es 6; 2 por 6 son 12; 3 por 6 son 18; 4 por 6 son 24; 5 por 6 son 30; 6 por 6 son 36; y como veo que el 6 tomado 6 veces me da 36, ó lo que es igual, que el 6 cabe 6 veces dentro del 36, saco por consecuencia que 36 divididido por 6 da 6 por cociente. Tercer ejemplo: Quiero dividir 28 por 3, y haciendo la operacion antes indicada llego á encontrar que 3 por 9 son 27; es decir que el 3 cabe nueve veces en el 28 y sobra 1: como no sobra mas que 1, es claro que el 3 no cabe otra vez en el 28, porque 3 por 10 llegan á 30, que son mas de 28; y por consiguiente digo que 28 dividido por 9 toca á 3 y queda 1 para dividir entre 9, lo cual se espresa de este modo: $3\frac{1}{9}$, que quiere decir *tres y un noveno.*

P. Cómo se llaman estas cantidades que no llegan á una unidad?

R. Se llaman *quebrados*: y de estos se tratará en su lugar oportuno. Cuando el número que está debajo de la raya es mayor de diez se añade á su nombre la partícula *avos*, y se dice: $\frac{9}{14}$ *nueve catorce avos.*

P. Es necesario que los niños se ejerciten mucho en esta clase de divisiones?

R. Si señor: tan necesario que sin ello no podrán nunca aprender á dividir.

P. Cómo se divide un número compuesto por uno simple?

R. Se coloca el divisor á la derecha del dividendo correspondiéndose en un mismo renglon, separándolos por una raya y tirando ademas otra debajo del divisor. Hecho esto, se toma el primer guarismo del dividendo separándolo con una coma, y se ve cuantas veces cabe en él el divisor: si es mayor que el primer guarismo del dividendo, se toman los dos primeros de éste, se ve cuantas veces cabe el divisor en el número compuesto de los dos guarismos, y el número que represente estas veces, que es el cociente, se pondrá debajo del divisor; luego se multiplica el divisor por el cociente, su producto se coloca debajo del guarismo ó guarismos que se tomaron del dividendo, y se resta de ellos, poniendo debajo esta resta. Al lado de ella ó al lado del cero si no queda nada, se baja el guarismo inmediato del dividendo, marcándolo arriba con una coma, y se ve cuantas veces cabe el divisor en esta resta junta con el guarismo que se bajó, poniendo el cociente debajo del divisor á la derecha del guarismo que se puso antes: luego se multiplica el divisor por este nuevo cociente, y el producto colocado debajo del segundo dividendo se resta de éste, bajando junto á la resta el guarismo ó guarismos inmediatos. Asi se continúa la operacion hasta el último guarismo, y si al fin quedase alguna resta, se pone á la derecha del cociente con una raya y el divisor debajo.

P. Me esplicaréis esto con un ejemplo?

R. Si señor: Supongo que trato de dividir 735105 por 5. Los colocaré del modo que se vé al márgen, separados por una raya y tirando otra debajo del divisor. Hecho esto, separo con la coma el primer guarismo 5 del dividendo y viendo que el 5 cabe en él una vez, pongo el 1 como cociente debajo del divisor; multiplico uno por otro, diciendo: 1 por 5 es 5; y colocando este producto debajo del 7, hago la resta, de la cual me resultan 2. Junto á este 2 bajo el segundo guarismo del dividendo, que es el 3, marcándolo con otra coma; y viendo que el 5 cabe 4 veces en el 23, pongo este nuevo cociente 5 junto al anterior, multiplico por él al divisor, y el producto, que es 20, lo resto al 23, quedándome 3, junto á cuya resta bajo 5, marcándolo antes con otra coma: veo cuantas veces cabe el 5 en el 35, y halló que son 7; pongo este 7 en el cociente, multiplico por él al divisor 5, y restando el producto 35 del dividendo 35, hallo que no me queda nada: bajo des-

7,3,5,1,0,5,	5
5	147021
23	
20	
035	
35	
0010	
10	
005	
5	
0	

pues el 1 y al ver cuantas veces cabe el 5 en el 1 encuentro que no cabe ninguna vez; pongo pues, un cero en el cociente, lo cual indica que el divisor no cabe en este dividendo parcial, y bajo el cero inmediato: ahora veo que 5 cabe en 10 dos veces y pongo 2 en el cociente; multiplico, resto el producto 10 del 10 anterior y tampoco me queda nada: bajo el último guarismo, que es el 5, y veo que el divisor cabe 1 vez en este último dividendo parcial, por lo cual pongo este 1 en el cociente, y multiplicando por él al 5, tendré 5, que restado del otro 5 no deja resta alguna: como no queda nada y no hay mas guarismos que bajar, digo que el cociente de dividir 735105 por 5 es 147021, ó lo que es igual, que 735105 divididos entre 7 tocan á 147021.

LECCION VII.

Continúa el tratado de la division.

P. Qué hay que hacer para dividir un número compuesto por otro compuesto?

R. La operacion es exactamente la misma. Así, si quisiera dividir 775 por 31, los colocaría como se ve al márgen, y separaría en el dividendo dos guarismos, porque como un número mayor no cabe en otro menor, es claro que el 31, no cabría en el primer 7 del dividendo. Veo que en el 77 cabe dos veces; pongo este 2 en el cociente, multiplico, y restando el producto 62 del 77, me quedan 15, junto á cuya resta bajo el guarismo inmediato 5. El 31 cabe en 155 *cinco* veces, y hecha la multiplicacion de 31 por este 5 resultan 155, que restado del 155 no deja nada. Como no queda resta y no hay mas guarismos que bajar, digo que el cociente de dividir 775 por 31 es 25.

77,5	31
62	25
155	
155	
000	

P. Y cómo es posible saber al primer golpe de vista las veces que el 31 cabe en el 77 ó en el 155, como ha sucedido en el ejemplo anterior?

R. En efecto; no es fácil conocer á la simple vista las veces que cabe un número compuesto dentro de otro compuesto: pero esto se calcula viendo las veces que cabe el primer guarismo del divisor en el primero ó en los dos primeros del dividendo; por ejemplo para ver las veces que cabía el 31 en 77 tanteo las veces que cabe el 3 en 7 y hallo que son 2; para saber las veces que cabia el mismo 31 en el 155 tanteo las veces que cabe el 3 en el 15 y hallo que cabe 5 veces.

P. Es siempre tan fácil y seguro el resultado de estos tanteos?

R. No señor: y esto es lo que hace mas complicada y difícil la operacion de dividir, pues muchas veces sucede que el cálculo se equivoca, y creyendo que el divisor cabe en el dividendo 5 veces, por ejemplo, no cabe mas que 4 ó cabe 6; lo cual hecha á perder el trabajo que se llevaba hecho.

P. Qué remedio hay para estos casos?

R. Ejecutar los tanteos, borrando lo que se ha hecho si no está bien, y siguiendo la operacion hasta encontrar el resultado exacto. Por ejemplo: quiero dividir 1525 por 59. Una vez colocados segun se ha dicho, separaré en el dividendo tres guarismos; y viendo que el primer gua-

```
152,5 | 59
118   | 25
----
0354
 295          50
----     25  ----
  50          59
```

rismo del divisor, que es 5, cabe 3 veces en los dos primeros del dividendo que son 15, calculo que 152 dividido por 59 toca á 3, cuyo número pongo por cociente: multiplico despues el 59 por el 3 y coloco el producto 177 debajo del dividendo parcial 152; pero como este producto es mayor que el dividendo, infiero que he puesto en el cociente mas de lo que correspondia: borro, pues, el 3 y el 177 del producto hecho, y pongo en el cociente á 2: multiplico ahora el 59 por este 2, resto el nuevo producto 118 del 152; y como quedan de resta 34 que es menos de 59, infiero que el verdadero cociente es el 2, y continuo la operacion bajando el 5 junto á la resta 34: para saber las veces que cabrá el 59 en el 345, veré primero las veces que cabe el 5 en el 34 y hallo que son 6: pongo 6 en el cociente al lado del 2, hago la multiplicacion del divisor 59 por este cociente 6, y coloco el producto 354 debajo del dividendo parcial 345 para restarlo: pero como veo que este producto es mayor que el 345, infiero que el cociente ha de ser menor de 6: pongo pues á 5, borro el 6 y el producto hecho anteriormente; multiplico el 59 por el 5 y resto el producto 295 del dividendo parcial 345, quedando por resta 50; como en esta resta no puede caber otra vez el dividendo ni quedan mas números que bajar, pongo la resta á la derecha del cociente, con la raya y el divisor debajo: y tendré que el cociente de dividir 1525 por 59 es $25\frac{50}{59}$, como lo hemos escrito en un solo renglon en el ejemplo propuesto.

P. Qué regla hay para evitar que se equivoquen los tanteos?

R. Siempre que el segundo guarismo del divisor sea 9 ú 8, se debe considerar el primero con una unidad mas al tiempo de hacer el tanteo. Así en el ejemplo anterior debí considerar el 5, primer guarismo del divisor como si fuera un 6; y hubiera hallado que 6 cabe en 5 2 veces y en 34 5 veces: asi hubiera puesto desde luego á 2 y á 5 y hubiera sacado el cociente 25, que es el verdadero.

P. Se puede abreviar la operacion de dividir?

R. Si señor; se abrevia haciendo las multiplicaciones y las restas de una sola vez sin escribir los productos debajo de los dividendos parciales: pero para esto es preciso que los niños esten antes muy prácticos en dividir del modo que queda indicado.

P. Me pondréis un ejemplo del modo de abreviar la operacion de dividir?

R. Me servirá de ejemplo el mismo que propuse en la leccion anterior, ó sea la division de 735105 por 5. Los colocaré como se ha dicho y haré la operacion diciendo: 7 dividido por 5 da 1: pongo 1 en el cociente y continúo: 1 por 5 es 5; 5 restado de 7 deja 2; escribo este 2 debajo del 7; bajo á su lado el 3 y digo; 23 dividido por 5 da 4: pongo este 4 en el cociente, y continúo diciendo: 4 por 5 son 20; 20 restado de 23 deja 3: escribo este 3 debajo del 23, bajo el 5 junto al 3, lo cual hace 35: y veo que 35 dividido por 5 da 7: pongo este 7 en el cociente, y digo: 5 por 7 son 35: restado 35 de 35 no queda

7,3,5,1,0,5	5
23	147021
35	
010	
05	
0	

nada ó queda cero, y pongo el cero debajo del 35: junto al cero bajo el 1 y como el divisor 5 no cabe en el 1, pongo cero en el cociente: bajo el cero del dividendo junto al 1, lo cual hace 10, y veo que 10 dividido por 5 da 2: pongo dos en el cociente y digo: 2 por 5 son 10: restando 10 de 10 no queda nada: escribo por resta el cero, bajo á su lado el 5 y veo que 5 dividido por 5 da 1; pongo este 1 en el cociente, y digo: 5 por 1 es 5; 5 restado de 5 no deja nada; pongo, pues, el cero debajo del 5, y como no quedan mas guarismos que bajar ni resta alguna, tendré concluida la operacion sacando el mismo cociente que en la leccion anterior, que es 147021.

P. Esta operacion se presenta siempre tan sencillamente como se ha visto en el anterior ejemplo?

R. No señor: al verificar las multiplicaciones y las restas de memoria ocurren dificultades cuando alguno de los guarismos del producto son mayores que sus correspondientes en el dividendo, de los cuales se han de restar. En este caso hay que tener presentes todas las reglas que se han dado para este caso al hablar de la operacion de restar, rebajando una unidad al guarismo siguiente del dividendo ó añadiéndola al guarismo siguiente del producto que se ha de restar.

P. Es necesario que los niños se ejerciten mucho en la division?

R. Es tan necesario, que sin un continuo ejercicio no llegarán nunca á practicarla bien: por lo mismo conviene que se pongan muchos ejemplos y los saquen hasta que logren vencer completamente todas las dificultades.

P. Hay algunos casos particulares en que se simplifica y abrevia la operacion de dividir?

R. Si señor: y lo son todos aquellos en que el dividendo y el divisor acaban en ceros. En este caso se quitan á cada uno igual número de ceros y se hace la division como si no los hubiera, por ejemplo: si me dan á dividir 36000 por 500, borraré dos ceros en cada número y dividiré 360 por 5; lo cual me dá 72 por cociente; y es el mismo que sacaría con mas dificultad si hubiese conservado los ceros.

P. A cuántos casos se aplica la operacion de dividir?

R. A varios; por ejemplo: cuando se quiere repartir una cantidad entre cierto número de personas: cuando se quiere dividir un número en partes iguales, ó tomar una parte de un número: cuando sabiendo el valor de muchas cosas, se quiere averiguar el de una; y cuando se quieren reducir unidades de especie inferior á unidades de especie superior.

P. Me esplicaréis esto con algunos ejemplos?

R. Si señor: *Primer ejemplo*. Quiero repartir 295 duros entre 13 personas: dividido el 295 por 13 y saco por cociente 25, lo cual me indica que toca á 25 duros cada uno.—*Segundo ejemplo*. Quiero tomar la octava parte de 144 reales: divido el 144 por 8 y saco por cociente 18, lo cual me indica que la octava parte de 144 es 18. Un sugeto me dice haber comprado 12 varas de tela en 264 reales; si quiero saber á como sale cada vara, divido el 264 por 12 y saco por cociente 22, de lo cual infiero que cuesta 22 reales cada varas Por último; quiero saber cuantas onza. de oro hacen 3840 reales: para ello divido el 3840 por 20, que son los reales que tiene cado duro, y saco por cociente 192 duros: divido ahora estos 192 por 16, que son los duros que tiene cada onza, y sacaré por cociente 12 onzas; como se vé practicamente en la operacion que sigue:

3840 reales	20	
18	192 duros	16
04	032	12 onzas.
0	0	

P. Hay algun modo seguro de comprobar la multiplicacion y la division para ver si están bien hechas?

R. Si señor: estas dos operaciones se comprueban una por otra: para averiguar si está bien hecha la multiplicacion se divide el producto por uno de los factores y si la division dá por cociente el otro factor, no hay duda que la multiplicacion era exacta. Para averiguar si está bien hecha la division, se multiplica el cociente por el divisor, y si el producto es igual al dividendo, tambien es prueba de que la division era exacta.

P. Me pondréis un ejemplo de estas pruebas?

R. El que acabamos de hacer para la deduccion de 3840 reales á onzas de oro y el que pusímos al fin de la leccion cuarta para averiguar cuantos reales hacian 12 onzas, contienen dos divisiones y dos multiplicaciones que se prueban unas con otras, y pueden servir de ejemplos.

LECCION VIII.

De los quebrados.

P. Qué se entiende por *quebrados?*

R. Ya hemos dicho que se llaman quebrados á los números que expresan partes de unidad, como *mitad, un tercio, un cuarto.*

P. Cómo se escriben los quebrados?

R. Se escribe el número que expresa las partes de unidad que se toman, el cual se llama *numerador*; debajo una raya, y debajo de la raya el número que expresa las partes en que está dividida la unidad, el cual se llama *denominador*: así, por ejemplo, *tres cuartos* de manzanas se escriben de este modo. $\frac{3}{4}$. El numerador y el denominador juntos se llaman *términos* del quebrado.

P. Qué operaciones se pueden hacer con los quebrados sin alterar su valor?

R. Multiplicar y dividir sus dos términos por un mismo número: así $\frac{1}{2}$ es igual á $\frac{2}{4}$, á $\frac{4}{8}$, y á $\frac{8}{16}$.

P. Trae alguna vez utilidad el multiplicar ó dividir los dos términos de un quebrado por un mismo número?

R. Si Señor: esto produce dos ventajas muy grandes: la de poder reducir los quebrados á un comun denominador, y la de simplificarlos.

P. Cómo se reducen los quebrados á un *comun denominador*?

R. Multiplicando los dos términos de cada quebrado por el producto de los denominadores de los demás: por ejemplo: si quiero reducir á un comun denominador los quebrados $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$, multiplicaré los dos términos del primero por 5 y los del segundo por 3: así diré: 2 por 5 son 10: 5 por 5 son 15, y tendré el quebrado $\frac{2}{3}$ convertido en $\frac{10}{15}$, que le es enteramente igual en valor por las razones que antes dijimos; despues multiplicaré el $\frac{4}{5}$ por 3, diciendo, 4 por 3 son 12; 5 por 3 son 15; y tendré convertido el $\frac{4}{5}$ en $\frac{12}{15}$, que tambien le es igual; con lo cual tendremos los dos quebrados *reducidos á un comun denominador*; es decir, que tienen un denominador igual, como se vé al márgen.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5}$$
$$\frac{10}{15} \quad \frac{12}{15}$$

Otro ejemplo: si quisiera reducir á un comun denominador los quebrados $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$ multiplicaré primero el $\frac{3}{4}$ por el producto de los denominadores de los otros, esto es, por el producto de 3 y 5, ó por 15; despues multiplicaré el $\frac{2}{3}$ por el producto de los denominadores de los otros dos, esto es, por el producto de 4 y 5, ó por 20; y por último multiplicaré el $\frac{4}{5}$ por el producto de los otros dos denominadores, esto es por el producto de 4 y 3, ó por 12: y hecha esta operacion los tendré reducidos á un comun denominador en la forma que se vé al márgen.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{4}{5}$$

$$\frac{45}{60} \quad \frac{40}{60} \quad \frac{46}{60}$$

P. Se puede abreviar algo esta operacion?

R. Si señor: porque para los denominadores de todos los quebrados basta sacar el de uno, pues todos han de salir iguales, respecto á que se forman del producto unos por otros: unicamente para los numeradores en necesario repetir á cada vez la operacion.

P. No hay algun caso en que los quebrados se pueden reducir á un comun denominador de otro modo mas breve?

R. Si senor: cuando se ve que multiplicando los dos términos de un quebrado por otro número resulta su denominador igual al del otro quebrado que lo tiene mayor, debe preferirse este método. Supongo, por ejemplo, que tengo que reducir á un comun denominador los tres quebrados: $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{7}{12}$

aquí veo que multiplicando el denominador 4 por 3 se convierte en 12; y multiplicando el denominador 6 por 2 tambien se convierte en 12; y como el otro denominador es 12, infiero que multiplicando los dos términos del quebrado $\frac{3}{2}$ por el número 3, y del $\frac{1}{6}$ por 2, los tendré reducidos todos tres á un comun denominador, 12: así lo hago, y me resulta la operacion como se vé al márgen.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{7}{12}$$

$$\frac{9}{12} \quad \frac{2}{12} \quad \frac{7}{12}$$

P. Cuando dos quebrados tienen un mismo denominador, ¿cuál es el mayor de ellos?

R. El que tiene mayor numerador: en los quebrados $\frac{3}{9}$ y $\frac{4}{9}$ el mayor es $\frac{4}{9}$.

P. Y cuándo tienen un mismo numerador con diferentes denominadores, ¿cuál es el mayor?

R. El que tiene menor denominador: por ejemplo: de los dos quebrados $\frac{4}{5}$ y $\frac{4}{8}$ el mayor es $\frac{4}{5}$.

P. Qué es *simplificar* un quebrado?

R. Buscar otro que sea del mismo valor; pero cuyos términos sean mas pequeños,

P. Cómo se ejecuta esto?

R. Dividiendo sus dos términos por 2 todas las veces que se pueda; despues por 3, y luego por 5.

P. Hay algunas reglas para conocer si un número se puede dividir por 2, por 3 ó por 5?

R. Sí señor; y os daré como seguras las reglas siguientes. *Primera.* Todo número que acabe en cero ó en guarismo par, se puede dividir por 2; así 10 se puede dividir por 2 y da 5: 16 se puede dividir por 2 y da 8. *Segunda.* Todo número cuyos guarismos, sumados como si fuesen simples unidades, hagan 3 ó un número compuesto de dos ó mas veces 3, como 6, 9, 12, 15, etc., se puede dividir por 3: así el número 51, cuyos guarismos 5 y 1 sumados como si fuesen unidades hacen 6, se puede dividir por 3; y dividido en efecto, da 17 por cociente. *Tercera.* Todo número que acabe en cero ó en 5, se puede dividir por 5: así el número 70 se podrá dividir por 5 y dividido en efecto, da 14 por cociente: el número 35 tambien se puede dividir por 5, y hecha la division, da 7.

P. Me pondréis un ejemplo práctico del modo de simplificar los quebrados?

R. Sí señor. Supongo que me dan á simplificar el quebrado $\frac{96}{180}$: desde luego advierto que los dos términos de este quebrado se pueden dividir por 2, y haciéndolo me queda reducido á éste otro $\frac{48}{90}$, el cual observo que aun se puede dividir por 2, y lo hago, sacando $\frac{24}{45}$: este quebrado no se puede ya dividir por 2, porque el numerador acaba en número par y el denominador en número impar; pero veo que los dos guarismos del numerador 2, y 4, sumados como unidades hacen 6, y los del denominador, 4 y 5, hacen 9, de lo que infiero que ambos se pueden dividir por 3: los divididos en efecto, y me resulta este otro quebrado $\frac{8}{15}$, el cual es

$$\frac{96}{180} \quad \frac{48}{90}$$

$$\frac{24}{45} \quad \frac{8}{15}$$

ya mucho mas sencillo é igual en valor al primitivo $\frac{96}{180}$.—El quebrado $\frac{8}{15}$ no es ya divisible por 2, por 3 ni por 5, y por consiguiente no puede simplificarse mas.

LECCION XI.

Sumar y restar quebrados.

P. Cuántas operaciones se hacen con los quebrados?

R. Las mismas que con los números enteros, es decir: que se suman, se restan, se multiplican y se parten.

P. Cómo se suman los quebrados?

R. Se reducen primero á un comun denominador; despues se suman los numeradores; y á esta suma se pone por denominador el comun; y si en este quebrado resulta el numerador mayor que el denominador, lo cual indica que hay en él unidades completas y partes de otras, para sacar las unidades ó los enteros que contenga, se divide el numerador por el denominador.

P. Me aclararéis esta regla con un ejemplo?

R. Si señor: supongo que he de sumar $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$: para ello los reduciré primero á un denominador comun, aplicando la regla dada en la leccion anterior, pág: 54 lin. 14, y tendré $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$ y $\frac{10}{12}$: sumo ahora los tres numeradores 8, 9 y 10 que hacen 27, y poniendo á esta suma el denominador comun, tendré $\frac{27}{12}$: como el numerador de este quebrado es mayor que el denominador, infiero que se contienen en él unidades enteras, porque dividiendo en 12 partes una unidad, 12 de ellas hacen la unidad completa, y este quebrado contiene 27: para sacar, pues, los enteros que contenga, divido el numerador 27 por el denominador 12, lo cual me dá $2\frac{3}{12}$ por cociente, y simplificando el quebrado, $2\frac{1}{4}$. Así, concluyo diciendo que la suma de $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ es $2\frac{1}{4}$.

P. Qué otro caso ocurre en la operacion de sumar quebrados?

R. El de que haya que sumar números mixtos con números mixtos.

P. Qué se entiende por números mixtos?

R. Los que se componen de un entero y un quebrado, como $3\frac{3}{5}$, $6\frac{3}{4}$,

P. Cómo se suman los números mixtos?

R. Se suman primero los quebrados con los quebrados y de ellos se sacan los enteros que haya, como se ha visto en el anterior ejemplo; luego se suman los enteros con los enteros, añadiendo á estos los que salieron de la suma de los quebrados, y se añade á la suma de estos el quebrado que quedó despues de sacar los enteros.

P. Me aclararéis esto con un ejemplo?

R. Si señor: Supongo que quiero sumar $9\frac{3}{5}$ con $6\frac{3}{4}$ y $4\frac{7}{8}$: sumaré primero los tres quebrados $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{8}$, que reducidos á un comun denominador son $\frac{24}{40}$, $\frac{30}{40}$ y $\frac{35}{40}$

y dan por suma $2\frac{9}{40}$: sumaré despues los enteros 9, 6 y 4, que hacen 19, y añadiéndoles los 2 enteros que salieron de los quebrados, suman 21: y tendré que la suma de los tres números mixtos $9\frac{3}{5}$, $6\frac{3}{4}$ y $4\frac{7}{8}$ es $21\frac{9}{40}$.

P. Qué es lo que se llama *reducir un entero á las especie del quebranto que le acompaña?*

R. Llamamos así á la operacion por la cual sumamos un entero con un quebrado dejando la suma en forma de quebrado; y en una sola espresion.

P. Cómo se verifica esto?

R. Se multiplica el entero por el denominador del quebrado; á este producto se añade al numerador, lo cual forma el numerador del nuevo quebrado: y á este numerador se pone por denominador el que tenia el quebrado.

P. Me aclarareis esto con un ejemplo?

R. Si señor: supongo que en la esprecion $3\frac{5}{8}$ me propongo sumar el quebrado con el entero, reduciendo este á la especie de aquel: multiplicaré el entero, 3 por el denominador 8, lo cual hace 24 y añadiendo el numerador 5, suma 29: á esta suma pongo por denominador el 8 que es el que tiene el quebrado, y tendré $\frac{29}{8}$ donde el 3 y el $\frac{5}{8}$ están sumados y reducido el entero á la especie del quebrado que le acompaña.

P. Que se hace para *restar* quebrados?

R. Se reduce en un comun denominador, sino le tiene: despues se restan los nnmeradores, á la resta se pone por denominador el comun, y se simplifica luego si se puede.

P. Me pondreis un ejemplo de esta regla?

R. Si señor: Supongo que quiero restar $\frac{2}{7}$ de $\frac{4}{5}$: para esto los reduciré á un comun denominador y tendré $\frac{10}{35}$ y $\frac{28}{35}$: restaré el 10, numerador del quebrado $\frac{10}{35}$ correspondiente al sustraendo $\frac{2}{7}$, del 28, numerador del $\frac{28}{35}$ corespondiente al minuendo $\frac{4}{5}$: y poniendo á la resta 18 el dominador comun 35, tendré la resta $\frac{18}{35}$ que no se puede simplificar.

P. Cuántos casos ocurren al restar quebrados?

R. Tres: restar un quebrado de otro quebrado, que es lo que acabamos de hacer: restar un quebrado de un entero; y restar un número misto de otro número misto.

P. Cómo se resta un quebrado de un entero?

R. Se quita al entero una mitad: al lado de este entero despues de quitada la unidad, se pone un quebrado, cuyo numerador sea igual á la diferencia que hay entre el denominador y el numerador del quebrado dado, y el denominador será el mismo del quebrado, con lo cual está hecha la resta.

P. Me pondréis un ejemplo de esta regla?

R. Si señor: Supongo que quiero restar

de 8 el quebrado $\frac{3}{5}$: quitando al 8 una unidad se convertirá en 7: al lado de este pondré un quebrado cuyo numerador será 2 (que es la diferencia entre el 5 y el 3, denominador y numerador del quebrado dado) y cuyo denominador será el mismo del quebrado, 5; y tendré por resta $7\frac{2}{5}$.

P. Cómo se resta un número misto de otro número misto?

R. Restando los enteros de los enteros y los quebrados de los quebrados. Esto parece al pronto no ofrecer dificultad alguna; pero puede suceder que el quebrado del sustraendo sea mayor que el del minuendo: y en este caso para poder hacer la operacion se toma una unidad del minuendo, la cual se reduce á la especie del quebrado que le acompaña: de este nuevo quebrado se resta el del sustraendo: pero al ejecutar la resta de los enteros debe tenerse presente que el minuendo ha quedado disminuido en una unidad.

P. Me pondréis un ejemplo de este caso?

R. Si señor: si quisiera restar $23\frac{2}{3}$ de $34\frac{1}{2}$, los colocaria uno debajo de otro reduciendo antes los quebrados á un comun denominador y convirtiéndolos en $\frac{4}{6}$ y $\frac{3}{6}$ como aquí se vé: pero como al restar observo que el 3, numerador del minuendo, es menor que el 4, numerador del sustraendo, tomo una unidad del minuendo, que reducida á la especie del quebrado que le acompaña, hace $\frac{9}{6}$: restando ahora los $\frac{4}{6}$ de los $\frac{9}{6}$ me quedan $\frac{5}{6}$ en el quebrado: paso despues á restar el entero rebajando una unidad al 34 que queda en 33, y tendré por resta $10\frac{5}{6}$ despues de concluida la operacion.

$$\begin{array}{llll} 34 & \frac{1}{2} & \frac{3}{6} & \frac{9}{6} \\ 23 & \frac{2}{3} & \frac{4}{6} & \frac{4}{6} \\ \hline 10 & & & \frac{5}{6} \end{array}$$

LECCION X.

Multiplicar y dividir quebrados.

P. Cómo se *multiplican* los quebrados?

R. Multiplicando numerador por numerador y denominador por denominador: por ejemplo: si quisiera multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$ diria 2 por 4 son 8, 3 por 5 son 15: pondria por numerador el producto de los numeradores, y por denominador el producto de los denominadores, y tendré en $\frac{8}{15}$ el producto pedido.

P. Cuántos casos ocurren en la multiplicacion de quebrados?

R. Tres: multiplicar un quebrado por otro quebrado, que es lo que acabamos de ver: multiplicar un entero por un quebrado ó vice-versa; y multiplicar un número mixto por otro número mixto.

P. Cómo se multiplica un entero por un quebrado ó un quebrado por un entero?

R. Ss multiplica el entero por el numerador del quebrado y al producto se pone por denominador el del quebrado. Así, si quiero multiplicar 5 por $\frac{3}{7}$, multiplicaré el 5 por el 3 y al producto 15 le pondré por denominador el del quebrado, que es 7, y tendré el producto $\frac{15}{7}$, que sacando los enteros da $2\frac{1}{7}$

P. Qué hay que hacer para multiplicar un número mixto por otro número mixto?

R. En cada uno de los factores se reduce el entero á la especie del quebrado que le acompaña; y despues se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador. Así, si quiero multiplicar $4\frac{2}{3}$ por $5\frac{3}{4}$, reduciré en ambos factores el entero á la especie del quebrado que le acompaña, y tendré que multiplicar $\frac{14}{3}$ por $\frac{23}{4}$ los cuales multiplicados numerador por numerador y denominador por denominador hacen $\frac{322}{12}$, y sacando los enteros $26\frac{10}{12}$ ó $26\frac{5}{6}$ simplificando el quebrado.

P. Cómo se dividen los quebrados?

R. Multiplicándolos en cruz: esto es, el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y este será el numerador del cociente: despues se multiplica el denominador del dividendo por el numerador del divisor, y este será el denominador del cociente. Así, si quiero dividir $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$, multiplicaré el numerador 3 del dividendo por el denominador 5 del divisor, y su producto 15 será el numerador del cociente: despues multiplicaré el denominador 4 del dividendo por el numerador 2 del divisor y su producto 8 será el denominador del cociente, el cual es $\frac{15}{8}$, ó sacando los enteros, $1\frac{7}{8}$

P. Cuántos casos ocurren en la division de quebrados.

R. Cuatro: dividir un quebrado por otro quebrado, que es el que acabamos de examinar: dividir un entero por un quebrado: dividir un quebrado por un entero; y dividir un número mixto por otro número mixto.

P. Cómo se divide un entero por un quebrado?

R. Se multiplica el entero por el denominador del quebrado: á este se le pone por denominador el numerador del quebrado; y se simplifica.—Asi, si quiero dividir 5 por $\frac{2}{3}$, multiplicaré el entero 5 por el denominador del quebrado, que es 3, y tendré 15: á este producto le pondré por denominador el numerador del quebrado, 2, y tendré por cociente $\frac{15}{2}$, ó sacando los enteros, $7\frac{1}{2}$

P. Cómo se divide un quebrado por un entero?

R. Se multiplica el denominador del quebrado por el entero, y con esto queda hecha la division.—Asi, si quiero dividir

$\frac{3}{4}$ por 6, multiplicaré el denominador 4 del quebrado por el entero 6, y tendré por cociente $\frac{3}{24}$, que simplificando se convierte en $\frac{1}{8}$.

P. Cómo se divide un número mixto por otro mixto?

R. Se reduce cada entero á la especie del quebrado que le acompaña; y despues se ejecuta la division como la de un quebrado por otro.—Así, si quiero dividir $8\frac{2}{5}$ por $3\frac{2}{3}$, primero reduciré cada entero á la especie del quebrado que le acompaña, y tendré que dividir $\frac{42}{5}$ por $\frac{11}{3}$, lo cual me dará segun la regla antes expuesta, el cociente $\frac{126}{55}$, que sacados los enteros se convierte en $2\frac{16}{55}$.

P. Qué es valuar un quebrado?

R. Hallar su valor en unidades de especie inferior á aquella que representa el quebrado.

P. Me esplicaréis esto mas claramente?

R. Si señor: supongo que tengo $\frac{2}{7}$ de onza: es claro que este quebrado de onza es menos de una onza; pero puede valer algunos duros, reales y maravedises: para saber cuanto vale es para lo que se hace la valuacion de este quebrado.

P. Cómo se valúan los quebrados?

R. Se multiplica el numerador por el número que espresa las veces que la unidad en que se quiere valuar el quebrado está contenida en aquella á que se refiere el quebrado, y esto se parte por el denominador: si de la division resulta un número mixto y hay todavia unidades de especie inferior, se hace lo mismo con el quebrado, hasta que no haya mas unidades de especie inferior.

P. Me aclararéis esto con un ejemplo?

R. Si señor: quiero saber lo que valen $\frac{2}{7}$ de onza de oro: multiplicaré el numerador 2 por 16 que son los duros que tiene la onza, y el producto 32 lo dividiré por 7, lo que da 4 duros y $\frac{4}{7}$ de duro: para averiguar los reales que hay en $\frac{4}{7}$ de duro multiplicaré el numerador 4 por 20, que son los reales que tiene un peso, y el producto 80 lo dividiré por 7 y tendré 11 rs. y $\frac{3}{7}$ de real: para averiguar los maravedises que hay en $\frac{3}{7}$ de real, multiplicaré el numerador 3 por 34, que son los maravedises que tiene un real, el producto 102 lo dividiré por 7, y tendré 14 maravedises y $\frac{4}{7}$ de maravedis: de modo que $\frac{2}{7}$ de onza valen 4 duros, 11 reales, 14 $\frac{4}{7}$ maravedis.

P. Qué se hace con este último quebrado de la unidad de especie inferior?

R. Despreciarlo si no llega á hacer media unidad, lo cual se conocerá cuando el numerador sea menor que la mitad del denominador; y si vale mas de media unidad, contar otra mas; así en el ejemplo anterior en vez de $14\frac{4}{7}$, como $\frac{4}{7}$ es mas de media unidad, contaré 15 maravedises.

LECCION XI.

Sumar y restar numeros denominados.

P. Qué son números *denominados*?

R. Los que constan de unidades de diferentes especies relativas todas á un mismo género, como 7 varas, 2 pies, 5 pulgadas y 8 líneas: ó 6 quintales, 2 arrobas y 7 libras.

P. Cómo se suman los números denominados?

R. Se ponen todos los sumandos los unos debajo de los otros, de modo de que se correspondan las unidades de cada especie: se tira una raya y se empiezan á sumar las de la especie inferior: si la suma de estas contiene alguna ó algunas unidades de la especie superior inmediata, se guardan para sumarlas con las de la columna qne sigue: se suman estas; y así se continúa la operacion.

Por ejemplo. Quiero sumar 8 duros, 3 reales y 6 maravedises con 5 duros 12 reales, 23 maravedises y 23 duros, 15 reales, 18 maravedises. Colocaré todos los sumandos unos debajo de otros, como aqui se vé: tiro una raya, y empezaré sumando los maravedises: pero

(1	(1	
8 duros	3 rs.	6 ms.
5	12	23
23	15	18
37 duros	11 rs.	13 ms.

como en 47 maravedises hay 1 real y 13 maravedises, pondré los 13 maravedises bajo la columna de estos y pasaré el real á la inmediata, poniéndolo encima de ella separado con una media luna: luego sumaré los reales añadiendo el de arriba y sacaré 31 reales; pero como en estos 31 reales hay un duro y 11 reales, pondré los 11 reales bajo la columna de estos y llevaré el duro á la inmediata, poniéndolo como se vé: por último, sumaré los duros, añadiendo el de arriba, lo cual me da 37 duros: por tanto, digo que la suma es 37 duros, 11 reales y 13 maravedises.

P. Cómo se restan los números denominados?

R. Se colocan de modo que se correspondan entre sí las unidades de cada especie del minuendo y del sustraendo, y se va restando cada una de ellas, empezando por las de especie inferior.

P. Me pondréis algun ejemplo de esta regla?

R. No Señor, porque es tan clara que no lo necesita, siempre que todas las unidades del minuendo sean mayores que sus correspondientes en el sustraendo: en el caso que así no suceda es cuando puede ofrecer alguna dificultad; pero esta dificultad se resuelve tomando una unidad de especie superior en el minuendo, que se descompone en las de especie inferior donde son mayores las del sustraendo; y así se verifica la resta, cuidando luego de considerar con una menos las unidades de especie superior del minuendo de donde se tomó la que se descompuso en las inmediatas.

Por ejemplo. De 59 quintales, 2 arrobas, 23 libras, 6 onzas y 13 adarmes quiero restar 37 quintales, 3 arrobas, 15 libras 9 onzas y 4 adarmes. Despues de colocados como se vé

	(4		(16	
55 qq.	2 (a.	23 lib.	6 onz.	13 ad.
37	3	15	9	4
21 qq.	3 (a	7 lib.	13 onz.	9 ad.

observo desde luego que la resta de los quintales, de las libras y de los adarmes es bien fácil de hacer, porque los guarismos del minuendo son mayores que los correspondientes en el sustraendo; mas no sucede así con las arrobas y las onzas, donde el sustraendo tiene cantidades mayores que el minuendo: para que se pueda verificar la resta de las onzas quitaré una unidad á las libras, que descompuestas en onzas da 16, las que juntas á los 6 del minuendo forman 22, y restaré de

22 onzas, considerando luego las 23 libras reducidas á 22: para poder restar despues las 3 arrobas de las 2 que tiene el minuendo, tomaré tambien otra unidad de los quintales, la cual hace 4 arrobas, que unidas á las otras 2, hacen 6: y restaré de 6 arrobas, considerando luego los quintales reducidos á 54: de este modo queda hecha la operacion como se vé mas arriba, dando por resta 21 quintales, 3 arrobas, 7 libras, 13 onzas y 9 adarmes.

P. Y qué se haria en el caso propuesto si al ir á tomar una unidad en la columna inmediata, no las hubiese tampoco de esta especie en el minuendo?

R. Se pasará á tomarla de la otra, y en caso de no haberla tampoco en esta, se pasará á la otra y así sucesivamente hasta llegar á una en que las haya: entonces se toma una de estas unidades, se descompone en las de especie inferior inmediata, dejando en esta casilla todas las unidades de esta especie que valga la que se ha tomado, menos una; esta otra unidad se descompone en las de la espepecie inferior inmediata, dejando en ella todas las que vale menos una: y así se procede hasta que se llega á la columna en que se trataba de restar: entonces se continúa la operacion, y al llegar á la columna de donde se tomó la unidad, se tiene cuidado de considerarla con una menos.

P. Me haréis esto palpable con un ejemplo?

R. Si Señor. Supongo que de 36 quintales tengo que restar 11 quintales, 2 arrobas, 15 libras y 8 onzas: los colocaré segun se ha dicho

	(3	(24	(16
36 qq.	0 a.	0 l.	0 onz.
11 qq.	2 a.	15 l.	8 onz.
24 qq.	1 a.	9 l.	8 onz.

y observaré desde luego que no puedo restar las onzas, porque no las tiene el minuendo: voy á tomar una unidad de las libras; pero tampoco la hay, y otro tanto sucede con las arrobas: llego pues á los quintales, de los cuales tomando una unidad la descompongo en las cuatro arrobas de que se compone, dejando 3 en la columna de estas y pasando la otra á las libras: descompongo esta otra en las veinticinco libras de que se compone, dejando 24 en la columna de estas y pasando á las onzas la otra libra, que descompuesta en ellas da 16, como todo ello sé vé en la operacion de arriba: hecho esto, puedo ya restar sin dificultad alguna, y sacaré por resultado de la resta 24 quintales, 1 arroba, 9 libras y 8 onzas.

LECCION XII.

Multiplicar y dividir números denominados.

P. Cómo se multiplican los números denominados?

R. Practicando estas tres reglas. *Primera.* Se reducen el multiplicando y el multiplicador á la menor de sus especies. *Segunda.* Se multiplican entre sí estos dos números despues de reducidos. *Tercera.* Se divide el producto por el número que espresa cuantas veces la unidad de especie inferior del multiplicador cabe en la mayor: y el cociente espresa el producto de las unidades de especie inferior del multiplicando, que se reducirán á las de especie superior segun las reglas dadas.

P. Cómo se conoce en una cuestion cuál es el multiplicando y cuál es el multiplicador?

R. De este modo: se observa de que especie es lo que se busca: el número que es de la especie que se busca es el multiplicando y el otro el multiplicador: v. g.: si quiero averiguar cuanto valen 5 varas y 2 pies de una tela cualquiera á 8 duros y 3 reales, como lo que voy á buscar es un valor en pesos y en reales, diré que 8 duros y 3 reales es el multiplicando y 5 varas y dos pies el multiplicador.

P. Me podreis aplicar esas reglas á algun ejemplo?

R. Si señor: si quiero averiguar cuanto valen 5 varas y 2 pies de paño costando la vara á 8 duros y 5 reales, reduciré el multiplicando y el multiplicador á la menor de sus especies, y tendré el primero convertido en 165 rs. y el segundo en 17 pies: multiplico 165 por 17 y saco el producto 2805: este producto lo divido por 3, que espresa las veces que la unidad de especie inferior del multiplicador cabe en la mayor, y tendré el cociente 935 que espresa los reales que valen 5 varas y 2 pies; mas como la cuestion venia propuesta en duros, reduciré estos 925 reales á duros, y sacaré 46 duros y 15 reales.

P. Cómo se dividen los números denominados?

R. Practicando estas tres reglas. *Primera:* se reduce el divisor á la menor de sus especies. *Segunda*: Se hace la division empezando por las unidades de especie superior del dividendo, y si de esta division queda alguna resta, se reduce á las unidades de especie inferior inmediata y se añaden las unidades de esta especie que hay en el dividendo: se dividen luego por el divisor, y si queda alguna resta, se reduce á las unidades de especie inferior inmediata; continuando así hasta que no haya unidades de inferior especie. *Tercera*: despues se multiplica todo este cociente por el número que espresa las veces que la unidad de especie inferior del divisor está contenida en la mayor, teniendo cuidado de empezar esta multiplicacion por las unidades de especie inferior, para que si de esto resultan unidades de especie superior, se saquen para añadirlas al producto que resulte de la columna inmediata.

P. Me aclararéis esto con un ejemplo?

R. Si señor: sé que 5 varas y 2 pies han costado 46 duros y 15 reales: si quiero averiguar á como ha costado la vara, dividiré los 46 duros y 15 reales por 5 varas y 2 pies. Aqui se conoce el dividendo en que es de la especie que se busca. Practico la primera regla y se me convierte el divisor en 17 pies: ahora empiezo á dividir y lo ejecuto como aquí se vé:

46 duros, 15 reales	17
12	2 duros 15 reales.
20	3
240	45
15	8 duros, 5 reales.
26,5	
085	
00	

Empiezo por los duros y digo: 46 entre 17 toca á 2, y me quedan de resta otros 12 duros, que para reducirlos á reales los multiplicaré por 20, y al producto 240 añadiré los 15 reales que hay en el dividendo: ahora veo que el 17 cabe en el 255 *quince* veces y no deja ninguna resta. Multiplico el cociente 2 duros y 15 reales por 3, que es el que espresa las veces que la unidad de especie inferior del divisor está contenida en la mayor, y saco el producto 8 duros y 5 reales, que es en efecto el valor de la vara, como se vió en el ejemplo anterior de la multiplicacion de números denominados.

LECCION XIII.

De la regla de tres.

P. Qué es regla de tres?

R. La que enseña á determinar ó buscar los efectos por medio de las causas ó las causas por medio de los efectos, cuando se conoce el enlace ó dependencia que tienen entre sí. Por ejemplo. Sé que tantos hombres pueden cargar con un peso de tantos quintales; y conocido este dato, me propongo averiguar cuantos quintales cargarán otro número determinado de hombres.

P. De cuántos modos puede ser la regla de tres?

R. De dos: simple y compuesta. La simple es aquella en que para determinar el efecto ó la causa que se busca solo se necesita atender á una circunstancia: y *compuesta* es aquella en que se necesita atender á dos ó mas circunstancias.

P. Cómo se divide la regla de tres simple?

R. En *directa* é *inversa.* Directa es aquella en que se trata de averiguar el efecto que produce una causa, ó la causa de que proviene un efecto, cuando se conoce el efecto producido por una causa de la misma especie; y la *inversa* es aquella en que se trata de averiguar la causa que, junta con otra dada, ha de producir el mismo efecto que han producido ya otras dos causas de la misma especie.

P. Me podréis esplicar esto con mayor claridad?

R. Si señor; por medio de ejemplos.

Primer ejemplo. Sé que quince pares de mulas han conducido de la era en un dia 60 cahíces de trigo: si quiero averiguar cuantos cahíces podrán traer 45 pares de mulas en el mismo tiempo, esto es, en un dia, tengo aquí una regla de tres que es simple, porque el número de cahíces que busco solo depende de una circunstancia, á saber, del número de pares de mulas que los han de traer: ademas es directa, porque trato de averiguar los cahíces, (que son el efecto) que han de producir los 45 pares de mulas (que son la causa) por medio del conocimiento que tengo del que han producido con las mismas circunstancias 15 pares de mulas.

Segundo ejemplo. Sé que 15 pares de mulas han transportado de la era en 5 dias 60 cahíces de trigo: si quiero averiguar cuantos pares de mulas se necesitan para trasportar los mismos 60 cahíces en 10 dias; esta regla de tres será inversa, porque aquí tengo un mismo efecto, que es 60 cahíces, para cuya produccion han concurrido dos causas, los 15 pares de mulas y los 6 dias que han trabajado; y ahora trato de determinar una de las causas, á saber, el número de pares de mulas, que junta con la otra, es decir, con los diez dias que han trabajado, ha de producir el mismo efecto de trasportar los 60 cahíces de la era.

Tercer ejemplo. Sé que 15 pares de mulas han trasportado de la era en 5 dias 60 cahíces de trigo; si quiero averiguar los cahíces que trasportarán 45 pares de mulas en 12 dias, esta regla de tres será compuesta, por que el número de cahíces que busco depende de dos circunstancias, á saber: de los 45 pares de mulas que se han de emplear y de los 12 dias que han estado trabajando.

P. En una regla de tres simple ¿cuántos números entran?

R. Tres: dos del supuesto; es decir, la causa y el efecto que se han de dar conocidos, y el otro número de la pregunta: este número de la pregunta y el de la misma especie en el supuesto se llaman *principales*; y el otro número del supuesto y el que se busca se llaman *relativos*: así, en el ejemplo primero, los 15 pares de mulas y los 60 cahíces de trigo que han acarreado, son el principal y el relativo del supuesto; y los 45 pares de mulas es el principal del supuesto; y el otro que se busca es el relativo de la pregunta: de modo que los 15 pares de mulas y los 45 pares de mulas son los dos principales: los 60 cahíces y los que se buscan son los relativos.

P. Se sirven los aritméticos de algun medio para escribir la regla de tres?

R. Si señor: en la directa se pone el número principal del supuesto; en seguida dos puntos, en esta forma (:), despues el número principal de la pregunta; luego cuatro puntos, en esta forma (::), despues el otro número; y luego otros dos puntos como los primeros; tras estos dos puntos se pone el otro número luego que se resuelve la regla que se propone. De modo que el ejemplo anterior se planteará de este modo:

15 pares : 45 :: 60 cahs: (al número que se busca)

P. Y cómo se lee esta regla así escrita?

R. Donde haya dos puntos se dice *á* y donde hay cuatro se dice *como*: así leeré la anterior: *quince pares de mulas* ES *á cuarenta y cinco pares*, COMO *sesenta cahíces* ES á lo que salga. Si se hubiera resuelto la regla en vez de decir *á lo que salga* diria el número de cahíces que hubiese sacado.

P. Cómo me aclararéis todos estos principios que quedan sentados acerca de la regla de tres?

R. Proponiendo y resolviendo un ejemplo de cada una de ellas, á lo cual dedicaremos la leccion que sigue.

LECCION XIV.

Ejemplos de la regla de tres.

P. Cómo se resuelve una regla de tres *directa*?

R. Se multiplica el número relativo del supuesto por el principal de la pregunta y este se parte por el principal del supuesto. Así, para encontrar los cahíces de trigo que trasportarán los 45 pares de mulas en el supuesto de que 15 hayan traido 60, multiplicaré los 60 cahíces, número relativo del supuesto, por 45, que es el principal de la pregunta; y el producto 2700 le dividiré por 15, número principal de la pregunta; y en el cociente 180 tengo los cahíces que trasportarán los 45 pares de mulas.

Así, la cuestion anterior se escribirá, despues de resuelta, del modo siguiente:

15 p.^{s} : 45 p.^{s} :: 60 cah.^{s} : 180 cah.^{s}

P. Me podréis resolver otro ejemplo de regla de tres siempre directa?

R. Si señor: y sea el siguiente. Un labrador ha comprado 276 reses vacunas con 97538 reales; ¿cuántas podrá comprar con 390152 reales? Como aquí el número principal del supuesto es 97538 reales, escribiré la cuestion y la resolveré de este modo:

97538 r.^{s} : 390152 r.^{s} :: 276 reses 1104 reses.

P. Cómo se escribe y resuelve una regla de tres *inversa*?

R. Se pone primero el número de la pregunta, y á continuacion los dos puntos; despues el otro número del supuesto y otros dos puntos. Se multiplican despues los dos números últimos que son los dos del supuesto, y el producto se parte por el primero, que es el número de la pregunta.

P. Me pondréis un ejemplo de esta regla?

R. Si señor: supongo que quiero averiguar los pares de mulas que se necesitan para trasportar en 10 dias el mismo trigo que han trasportado 15 pares de mulas en 6 dias: escribiéndolo como antes he dicho, multiplicaré los dos números del supuesto 15 y 6, y el producto 90 le dividiré por 10, número de la pregunta, y sacaré que solo se necesitan 9 pares de mulas: así lo indicaré todo del siguiente modo:

10 dias : 6 dias :: 15 pares : 9 pares.

P. Me pondréis algun ejemplo de regla de tres inversa?

R. Si señor: sé que 597 mugeres han hilado en 16 dias 368 arrobas de lino; para hilar el mismo lino en 4 dias, ¿cuántas mugeres se necesitarán? Ejecutando la operacion como aquí se vé:

4 dias : 16 dias :: 597 mug.ˢ 2388 mug.ˢ hallo que se necesitan 2388 mugeres.

P. Cómo se resuelve una regla de tres *compuesta*?

R. Primero se busca lo que se desea atendiendo á una sola circunstancia; esto que resulta se considera eomo el número relativo de otra circunstancia, y se determina el que debe resultar atendiendo á ella: si hay mas circunstancias, lo que resulta se pone como número relativo de otra, y así se procede hasta encontrar el que resulte de atender á todas las circunstancias.

P. Me esplicareis esta regla con un ejemplo?

R. Si señor. Si quiero averiguar los cahíces de trigo que podrán trasportar 45 pares de mulas en 12 dias en el supuesto de haber traido 15 pares de mulas en 5 dias 60 cahíces: primero averiguaré los cahíces que traerán los 45 pares de mulas en un mismo tiempo, esto es en 5 dias, lo que ejecutaré como aquí se ve:

15 pares: 45 pares :: 60 cahíces : 180 cahíces.

Y encuentro que traerán 180 cahices.

Ahora diré : en 5 dias traen 45 pares de mulas 180 cahices; en 12 dias cuantos traerán? Ejecutaré la operacion como aquí se vé:

5 dias : 12 dias :: 180 cahíces : 432 cahíces. Y saco que traerán 432 cahíces.

Tambien hubiera podido encontrar este resultado de una sola vez multiplicando el número de pares de mulas por sus correspondientes de dias : y sobre esto pudiera darse una regla general: pero es mas seguro y menos expuesto á equivocaciones el método que dejamos esplicado.

LECCION XV.

De la regla de compañía y de interés.

P. Qué es regla de *compañía*?

R. La que enseña á determinar cuanto corresponde de la ganancia ó pérdida á cada uno de muchos compañeros que han puesto su caudal en un fondo para alguna especulacion.

P. De cuántas maneras puede ser la regla de compañia?

R. De dos; *simple* y *compuesta*. Se dice que es simple cuando el caudal de todos los compañeros permanece un mismo tiempo en el fondo: y *compuesta* ó con tiempo, cuando los caudales no permanecen un mismo tiempo en el fondo.

P. Cómo se resuelve la regla de compañia *simple*?

R. Se suman los números que espresan lo que puso cada compañero: y para encontrar lo que corresponde á cada uno, se efectuará la regla de tres siguiente: «la suma de lo que pusieron todos es á toda la ganancia ó pérdida, como lo que puso cada uno de ellos es á lo que le corresponde ganar ó perder.»

P. Me esplicaréis esto con un ejemplo?

R. Si señor, y sea el siguiente: tres hicieron compañia: el primero puso 3000 reales, el segundo puso 4000 y el tercero 5000;

ganaron 7200 reales, y se trata de averiguar cuánta ganancia corresponde á cada uno. Para conseguirlo sumaré los números 3000, 4000 y 5000, y hallaré que la suma es 12000. Ahora en virtud de lo expuesto diré: 12000 : 7200 :: 4000 : *á lo que corresponde al primero*; que hallaré ser 1800 reales.

Para encontrar lo que corresponde al segundo diré: 12000 : 7200 :: 4000 *á lo que le corresponde*, y hallo ser 2400.

Lo mismo haré para averiguar lo que corresponde al tercero.

P. Cómo se resuelve una regla de tres *compuesta?*

R. Se multiplica lo que puso cada compañero por el tiempo que tuvo su caudal en el fondo, y despues se consideran estos productos como si fuesen caudales puestos por el mismo tiempo en el fondo, de modo que queda reducida á una regla de tres simple. Asi, si de tres compañeros uno puso 4000 por tres años, otro 5000 por dos, y otro 6000 por uno, multiplicaré el 4000 por 3, lo que me dará 12000 y el 5000 por 2, lo que me dará 10000, y tendré que los capitales pueden considerarse como 12000, 10000 y 6000 reales, puestos todos por un año.

P. Qué es regla *de interés*?

R. La que determina lo que se debe pagar por alguna porcion de dinero impuesto ó prestado con ciertas condiciones.

P. De cuántas maneras puede ser el interés del dinero?

R. De dos; *simple* y *compuesto*. El interés *simple* es el que se paga solo por el capital ó principal; y el *compuesto* el que se paga por el principal y los intereses que dejan de pagarse.

P. De qué clase de interés se hace mas uso?

R. Del simple; que será del que nos ocupemos aquí.

P. Cómo se resuelve una regla de interés *simple*?

R. Por una regla de tres simple directa. Por ejemplo: si tratase de averiguar lo que se debia pagar al año por 47528 reales prestados al 7 por 100, diria: si cada 100 reales de capital me han de dar 6 reales de interés, el capital 47528 reales cuanto me dará?; y hallo que debe ser 3326 $\frac{96}{100}$ reales, ó añadiendo otra unidad por el quebrado que importa muy cerca de 1, se dirá que reditúa dicho capital 3327 reales al año; y si ahora se quisiera saber cuanto importaban estos intereses en cierto número de años, multiplicaria este valor por el número de años.

Si, al contrario, dados los intereses quisiéramos averiguar el capital que los produce, principiaríamos la regla de tres por los réditos que daban 100 reales. Por ejemplo: si quisiéramos averiguar el capital que producen al año 42321 reales sabiendo que es al 3 por 100, la regla de tres la escribiremos así:

3 : 100 :: 42321 : *al capital que busco*; y hallo ser 1410700.

LECCION XVI.

De la regla de aligacion.

P. Qué es regla de aligacion?

R. La que enseña á determinar el precio á que se ha de vender la mezcla de dos géneros, cuando se dan conocidas las cantidades que entran en ella y sus valores. O la que enseña á determinar cuanta porcion se ha de tomar de cada género, dado que sea el precio medio y los precios de los géneros que se han de mezclar.

P. Cuántos casos ocurren en la regla de aligacion?

R. Dos: 1º cuando se mezclan cosas de diferentes precios y se pregunta á como se ha de vender la mezcla, y 2º cuando se pide la porcion que de cada uno se ha de mezclar, para venderlos á un precio dado.

P. Qué hay que hacer en el primer caso?

R. Se multiplica cada número de los que espresan las cosas que se han mezclado por el que espresa su valor: se suman estos productos, y la suma se divide por la suma de los números de cosas que se mezclaron. Por ejemplo: se han mezclado 5 fanegas de trigo á 60 reales con 8 de 50 y con 3 de á 40, y se pretende saber á como se ha de vender la fanega del trigo que resulta de esta mezcla. Pará esto multiplicaré el 5 por 60, y hallo 300, el 8 por 50 y hallo 400, y el 3 por 40 y hallo 120; sumo estos tres productos y hallo 820, cuya suma la divido por la suma de las fanegas que se mezclaron de todas clases, que son 5 de la primera, 8 de la segunda y 3 de la tercera, que componen 16 fanegas: y resulta que se ha de vender la fanega, para no perder ni ganar, á 51 reales y $\frac{1}{16}$ de real, ó á 51 $\frac{1}{4}$; esto es á cincuenta y un reales y cuartillo.

P. Qué hay que hacer para determinar la porcion que se ha de mezclar de cada cosa, cuando se da conocido el precio á que se ha de vender la mezcla, que se llama *precio medio*?

R. En este caso, de la de mayor valor se han de tomar tantas unidades como espresa la diferencia entre el precio menor y el medio; y de la menor precio tantas unidades como esprese la diferencia entre el precio medio y el mayor. Por ejemplo. Supongamos que se tenga plata de á 19 reales la onza y plata de á 14, y que se desee saber cuanta se ha de tomar de cada una para formar plata que se pueda vender á 16 reales. En este caso, colocando los precios dados en la forma que acostumbran los Ariméticos y que se vé al margen, poniendo los precios mayor y menor dentro de una llave,

$$16\begin{cases}19 & \quad 2\\ 14 & \quad 3\end{cases}$$

á la parte de fuera el precio medio, restaré del precio medio 16 el precío menor 14 y hallaré 2, que espresa la porcion que debo tomar de la de mayor valor: restaré el precio medio 16 del mayor 19, y hallo 3, cuya difesencia me espresa la porcion que debo tomar de la de inferior precio. De manera que con 2 onzas de plata de á 19 reales debo mezclar 3 de á 14 para que resulte plata de á 16 reales la onza.

P. Qué se haria si fuesen mas de 2 las cantidades?

R. En estos casos, cualquiera que puedan ocurrir, necesariamente habrá unas cantidades que sean superiores y otras que sean inferiores al precio medio: se dividen pues en dos clases: sino hay mas que una superior al precio medio, se tomarán tantas cantidades de esta especie como espresen las diferencias entre el precio medio y las inferiores, reunidas todas: y de cada una de las inferiores se tomarán tantas como espresa la diferencia entre el precio mayor y el medio. Por ejemplo. Si tuviese un vino de 24 reales, y otros tres de á 17, 15 y 12, y deseára saber lo que debia mezclar de cada clase para darlo á 20, colocándolos como se vé al márgen y haciendo las operaciones convenientes, sacaría que debia mezclar del de 24 15 arrobas, que es la suma de 3 (diferencia de 17 á 20), 5 (diferencia de 15 á 20) y 8, (diferencia de 12 á

20	24	3, 5 y 8 son 15
	17	4
	15	4
	12	4

20) y de cada uno de los demas 4 arrobas, que es la diferencia entre el 24 y el 20.

P. Y si de cuatro cantidades, por ejemplo, dos fuesen superiores y dos inferiores al precio medio?

R. En este caso y otros análagos se podria determinar el precio medio formando mezclas separadas con uno superior y otro inferior, y mezclando luego *estas mezclas*.

20) y de cada uno de los demas 4 arrobas, que es la diferencia entre el 24 y el 20.

P. ¿Y si de cuatro cantidades, por ejemplo, dos fuesen superiores y dos inferiores al precio medio?

R. En este caso y otros análogos se podrá determinar el precio medio formando mezclas separadas con uno superior y otro inferior, y mezclando luego estas mezclas.

APENDICE

AL TRATADO

DE ARITMÉTICA.

SISTEMA

de medidas, pesas y monedas españolas.

LECCION XVII.

Medidas

P. Cuántas clases de m.edidas hay?

R. Cuatro.—Medidas longitudinales ó de ntérvalos.—Medidas de superficie ó agrarias. —Medidas de capacidad para los granos y cosas secas.—Medidas de capacidad para los líquidos.

Medidas de longitud.

P. Cuál es la raiz de las medidas de longitud?

R. El pié; se divide en 16 *dedos* y el dedo en *mitad*, *cuarta*, *ochava* y *dieziseisava parte.* Tambien se divide en 12 *pulgadas* y la pulgada en 12 *líneas*.

P. Hay medida de longitud mayor que el pié?

R. Si señor: la *vara* y la *legua*: la vara, que es un liston de madera con que los mercaderes miden las telas, se compone de 3 piés; y la legua que sirve para medir distancias grandes como las que hay entre los pueblos y ciudades, se compone de 20000 piés, que es el camino que se anda regularmente en una hora.

P. Qué vara se ha adoptado para que sirva de norma á las demas?

R. La que antes se conservaba en el archivo de la ciudad de Burgos, que se llama *vara española*, y se divide como antes en *mitad*, *cuarta*, *media cuarta* ú *ochava* y *media ochava*.

Medidas agrarias.

P. Cuáles son las medidas agrarias ó de superficie?

R. La primera es el *estadal cuadrado*, que es un cuadro de cuatro varas ó 12 piés de largo y otro tanto de ancho, que compone 16 varas cuadradas ó 144 piés cuadrados. Despues sigue la *aranzada*, que se compone de 20 estadales en cuadro ó 400 estadales cuadrados: y luego la *fanega de tierra*, que se compone de 24 estadales en cuadro ó 576 estadales cuadrados. La fanega de tierra se divide en 12 *celemines* y el celemin en cuatro *cuartillos*.

Medidas de capacidad para granos.

P. Qué medidas se usan para los granos la sal y demas cosas secas?

R. La especie superior es el *cahiz*, que se compone de 12 *fanegas* y la fanega de 12 *celemines*.

P. En el comercio hay medida en que, quepa el cahiz?

R. No señor: n itampoco la fanega; y así las medidas que hay son la *media fanega*, que es la que se conservaba en el archivo de la ciudad de Avila: la *cuartilla*, que es la mitad de la media fanega: el *celemin ó almud*, que es la dozava parte de la fanega: el *medio celemin*, que es la mitad del celemin: el *cuartillo*, que es la mitad del medio celemin ó la cuarta parte del celemin: el *medio cuartillo*, que es la octava parte del celemin: el *ochavo*, que es la cuarta parte del cuartillo ó la dieziseisava parte del celemin: el *medio ochavo*, que es la treinta y dozava parte del celemin, y el ochavillo, que es la sesenta y cuatroava parte del celemin.

Medidas de capadidad para líquidos.

P. Cuáles son las medidas de líquidos?

R. Para los líquidos, escepto el aceite, se usa de la *cántara ó arroba*, cuyo patron es el que se conserva en el archivo de la ciudad de Toledo: se divide en dos *medias cántaras*: la media cántara en dos *cuartillas*: la cuartilla en dos *azumbres*: la azumbre en dos *medias azumbres*; la media azumbre en dos *cuartillos*: el *cuartilllo* en dos *medios cuartillos*: el medio cuartillo en dos *copas*. De modo que la cántara se compone de 32 cuartillos. El *moyo* se compone de 16 cántaras.

P. Por qué esceptuais el aceite?

R. Porque las medidas de aceite están arregladas al peso; y así se usa de la *arroba, media arroba*, *cuartilla* ó *cuarto de arroba, media cuartilla* ó *medio cuarto de arroba, libra*, *media libra*, *cuarteron* ó *cuarta parte de libra*, que tambien se llama *panilla*, y *media panilla*.

LECCION XVIII.

Pesas.

P. De qué pesas se usa en España para las cosas que se compran y venden al peso?

R. De las del marco que se se custodiaba en el archivo del consejo de Castilla. La unidad de especie superior es el *quintal*, que se compone de 4 *arrobas*, la arroba de 25 *li-*

bras; la libra de 16 *onzas*; la onza de 16 *adarmes*; el adarme de 3 *tomines*; y el tomin de 12 *granos*. La libra se divide tambien en dos *medias libras*, en cuatro *cuarterones* y ocho medios *cuarterones*: la onza en dos *medias onzas*, en cuatro *cuarterones* y en ocho ochavas ó *dracmas*.

Monedas.

P. Qué ley se sigue entre nosotros para la division y subdivision de la moneda?

R. La siguiente: la unidad de especie superior es el *doblon*, que tiene 4 *pesos*; el peso 15 *reales*, y el real 34 *maravedises*. Entre estas unidades solo hay moneda del real: el doblon, el peso y el *ducado* que vale 11 reales, son monedas imaginarias, porque no hay en la actualidad ninguna pieza de oro ni de plata que las represente, y solo sirven para los tratos de comercio. Hay sin embargo otras muchas monedas de distintos valores; estas monedas se hacen de oro, de plata y de cobre.

P Cuáles son las monedas de oro?

R. La mayor de oro es el *doblon de á ocho* ó la *onza*, que vale 8 escudos de oro ó 320 reales: despues sigue el doblon de á cuatro escudos de oro ó *media onza*, que vale 160 reales: luego sigue el *doblon de oro*, que vale dos escudos de oro ú 80 reales: luego sigue el *escudo de oro*, que vale 40 reales; y el *medio escudo*, *escudito* ó *veinten*, que valen 20 reales.

P. Cuáles son las monedas de plata?

R. La mayor de plata es el *peso duro*, que es una onza de plata y vale 20 reales: el *medio duro*, que vale 10 reales: la *peseta columnaria* ó *mejicana*, que vale 5 reales: la *media peseta columnaria* ó *real de plata mejicano*, que vale dos reales y medio; y el *real columnario*, que vale diez cuartos y medio de la moneda de cobre. Tambien hay otra peseta, que es la ordinaria ó *provincial* y vale 4 reales: *media peseta* ó *real de plata* provincial, que vale 2 reales; y el *real sencillo* ó *de vellon*, que vale ocho cuartos y medio de la moneda de cobre.

P. Cuáles son las monedas de cobre?

R. La moneda mayor de cobre en la actualidad es la de *dos cuartos*, que vale 8 maravedises: la que sigue es el *cuarto*, que vale 4 maravedises; y la otra el *ochavo*, que vale 2 maravedises: el maravedí, aunque hay moneda que lo represente, no corre regularmente en el comercio.

Division del tiempo.

P. Qué ley sigue la division del tiempo?

R. La que voy á decir: el *siglo* se compone de 100 *años:* el *año* de 12 *meses*. ó de 365 *dias* y algo mas: el dia de 24 *horas*; la hora de 60 *minutos*; y el minuto de 60 *segundos*.

GEOMETRÍA.

tidad es la de *dos cuartos*, que vale 8 maravedises; la que sigue es el *cuarto*, que vale 4 maravedises; y la otra el *ochavo*, que vale 2 maravedises: el maravedí, aunque hay moneda que lo represente, no corre regularmente en el comercio.

Division del tiempo.

P. Qué ley sigue la division del tiempo?

R. La que voy á decir: el *siglo* se compone de 100 *años*: el *año* de 12 *meses*, ó de 365 *dias* y algo mas: el dia de 24 *horas*: la hora de 60 *minutos*: y el minuto de 60 *segundos*.

GEOMETRÍA.

LECCION I.

Nociones preliminares.—De la línea recta.

P. Qué es *Geometría*?

R. La ciencia que trata de la estension: ó la que se ocupa en averiguar las relaciones de proporcion de los cuerpos entre sí y su magnitud absoluta.

P. De cuántos modos consideran los Geómetras á *la estension*?

R. De tres: la extension solo en *longitud*: la estension en *longitud* y *latitud*; y la estension en *longitud, latitud y profundidad.*

P. Me esplicaréis que se entiende por longitud, latitud y profundidad?

R. Si señor: *longitud* es la estension sin ancho ni grueso; es lo que llamamos vulgarmente *el largo* de una cosa, y que sirviéndonos de una comparacion material, es como el filo de un cuchillo: esta clase de extension se llama *línea*.

P. Qué es *latitud?*

R. *Latitud* es el *ancho* de una cosa: así la estension en longitud y latitud es una cosa que tiene largo y ancho sin tener grueso; como v. gr. un pliego de papel muy fino: esta clase de extension se llama *superficie*.

P. Qué es *profundidad?*

R. *Profundidad* es el grueso de las cosas: así la estension considerada en longitud, latitud y profundidad es una cosa que tiene largo, ancho y grueso, como v. gr. un dado: esta clase de estension se llama *volúmen, cuerpo geométrico ó sólido.*

P. Qué se entiende por *punto?*

R. Por *punto* se entiende lo que no tiene estension en ningun sentido, ni largo, ni ancho, ni grueso: como v. gr. la señal mas pequeña que podemos hacer con la punta de una pluma ó de un lápiz.

P. De cuántas maneras puede ser la línea.

R. De dos, *recta ó curva.*

P. Que es línea *recta*?

R. Aquella cuyos puntos están todos en una misma direccion, ò que está dispuesta de manera que colocándose en uno de sus estremos quedan ocultos todos los puntos intermedios, como sucede en las alamedas con una fila de árboles puesta á cordel. Sirva de ejemplo la figura 1.ª, donde se vé una línea cuyos estremos están marcados con las letras AB.

P. Cuántas denominaciones se dan á la línea segun la inclinacion que tiene respecto de otra?

R. Tres: *perpendicular*, *oblícua* y *paralela.*

P. Qué se entiende por línea *perpendicular*?

R. La que levantándose sobre otra no se inclina á ningun lado mas que á otro, como se vé en la fig. 2 con la línea marcada en sus estremos AB, que cae sobre la CD sin inclinarse á ninguno de los dos lados. La inclinacion que forman estas líneas, entre sí se llama *ángulo*, y cuando las dos líneas que se encuentran ó se cruzan son perpendiculares, los ángulos que forman se llaman *rectos*.

P. Qué es línea *oblícua*?

R. La que cayendo sobre otra se inclina mas á un lado que á otro, como sucede en la fig. 3 á la línea AB, que cayendo sobre la CD, se inclina mas al lado de la derecha.

P. Y línea *paralela*?

R. Cuando dos líneas rectas se hallan en un plano de modo que no se encuentren aunque se prolongue todo cuanto se quiera, se llaman líneas *paralelas*. Así sucede, por ejemplo, con las dos hileras de árboles que guarnecen un paseo cuya anchura es igual por todas partes: las líneas que forman estas hileras serán paralelas: sirva de ejemplo la fig. 4, donde se ven las dos líneas paralelas AB, CD.

P. Qué es línea *secante*?

R. La que corta dos líneas paralelas: sirva de ejemplo la línea EF en la fig. anterior, cuya línea corta las dos paralelas AB, CD.

P. Qué entendemos por línea *vertical* y línea *horizontal?*

R. Línea *vertical* es la que cae perpendicular hácia la tierra. Si colgamos un peso de una cuerda, y tenemos á la cuerda sostenida de una mano ó fija en un punto de modo que pueda tomar la direccion libre, la línea recta que forme será siempre perpendicular á la tierra, y es la que llamamos línea *vertical*.

P. Esta línea nos sirve de regla para alguna cosa?

R. Para muchas: su aplicacion es tan contínua y de un uso tan frecuente, que no se levanta edificio alguno ni se ejecuta obra de cimiento donde no se consulte á cada instante la línea vertical.

P. Qué es línea *horizontal*?

R. La que cruza á la línea vertical formando con ella ángulo recto: de modo que la direccion de la vertical es de arriba abajo á buscar el suelo, y la direccion de la horizontal es de un lado á otro sin tocar jamas al suelo; por eso se la llama horizontal, que es como si dijéramos paralela al horizonte, porque en efecto, la línea del horizonte sigue esa misma direccion.

P. Qué se entiende por líneas *convergentes* y *divergentes?*

R. Llamamos líneas *convergentes* á las que saliendo de dos puntos dados toman una direccion segun la cual se van acercando cada vez mas una de otra: y *divergentes* á las que por el contrario toman direccion para separarse cada vez mas unas de otra. Las líneas convergentes son á la vez divergentes y vice-versa, segun el sentido en que se las considere.

P. Y cómo puede ser que una línea convergente sea el propio tiempo divergente en otro sentido?

R. Esto es muy sencillo: si se las considera en la direccion en que van abriendo ó en que tienden á separarse, son *divergentes*; si se las considera en la direccion inversa en que van cerrando ó tienden á unirse, son *convergentes*. Así, los radios de una rueda considerados en la direccion que toman desde el cubo ó centro hasta el arco, son divergentes, porque van abriendo ó separándose: y si se les considera en la direccion qué llevan desde el arco hácia el centro son convergentes, porque van juntándose.

P. Desde un punto dado á otro dado cuántas líneas rectas se pueden tirar?

R. Una tan solamente, porque todas las demas que se tirasen pasarian siempre por encima de la primera. De aquí se infiere que que la distancia *fija é invariable* de un punto á otro es la línea recta: y es al mismo tiempo la mas corta.

LECCION II.

Del círculo; y de las líneas que lo dividen y lo cortan.

P. Qué se entiende por línea *curva*?

R. Es aquella cuyos puntos no están todos en una misma direccion: sirva de ejemplo la línea A B C de la figura 5.ª, donde á la simple vista se nota la diferencia entre ésta y la línea recta de la figura 1.ª

P. Cuántas especies hay de curvas?

R. Infinitas; tantas como pueda concebir nuestra imaginacion; pero la Geometría elemental solo considera entre todas ellas *la circunferencia de círculo.*

P. Qué es circunferencia de círculo?

R. La circunferencia de círculo, ó simplemente *circunferencia*, es una línea curva cuyos puntos están todos á igual distancia de otro situado en medio del espacio que ella comprende, cuyo punto se llama *centro*.

P. Cómo se llama el espacio ó superficie encerrado dentro de la circunferencia?

R. Se llama *círculo*.

P. Cuántas cosas hay que considerar en el círculo?

R. Tres. 1.ª las líneas rectas que lo dividen, lo cortan, ó lo tocan.—2.ª las líneas curvas ó porciones de la circunferencia que resultan de las divisiones del círculo —3.ª Los espacios comprendidos entre las rectas y las curvas en un mismo círculo.

P. Cuáles son las líneas rectas que tenemos que considerar en el círculo?

R. Son, el *radio*, el *diámetro*, la *cuerda* la *secante* y la *tangente*.

P. Qué es *radio*?

R. Por radio se entiende toda línea recta que desde el centro va á parar en la circunferencia. Sirva de ejemplo la figura 6.ª: en ella tenemos la línea curva señalada por las letras ABCDEFL, que es la *circunferencia*: y las líneas OA, OB, que desde el punto centro van á terminar en la circunferencia se llaman *radios*.

P. Qué es *diámetro*?

R. Toda línea que pasando por el centro descansa en dos puntos de la circunferencia, se llama *diámetro*. Asi la línea BOF en la espresada figura 6.ª, es un diámetro. El diámetro corta la circunferencia y el círculo en dos partes iguales que se llaman *semicírculos*: y es equivalente á dos radios colocados en la misma direccion.

P. Qué es *cuerda*?

R. Se da este nombre á la línea que desde un estremo del círculo va á parar á otro sin pasar por el centro: como lo es en la figura 6.ª la línea CE.

P. Qué es línea *secante?*

R. Cuando la cuerda sale fuera del círculo por uno y otro estremo, cortándolo, por decirlo así, en dos partes desiguales, se le da el nombre de *secante*. Sirva de ejemplo en la misma figura la línea GH.

P. Cuál es la *tangente*?

R. La línea que solo toca á la circunferencia en un punto, de tal modo que aunque se prolongue cuanto se quiera por ambos estremos, no cortará nunca el círculo. La línea IJ en la figura 6.ª es una tangente, porque solo toca el círculo en el punto D, y aunque se las prolongue cuanto quiera por los estremos I, J, nunca lo cortará.

P. Cuáles son las líneas curvas que tenemos que considerar en el círculo?

R. Despues de saber ya lo que es la circunferencia, el círculo y el semicírculo, solo nos resta que hablar del arco. *Arco* se llama á cualesquier porcion de la circunferencia. Así la porcion de circunferencia que señalan las letras CDE se dicque es el *arco* correspondiente á la cuerda CE.

P. Cuándo el arco forma una parte determinada de la circunferencia, recibe algun nombre especial?

R. Si señor: si es exactamente la cuarta parte de toda ella, se llama *cuadrante*: si la *sexta*, *sextante*; si la octava, *octante*, etc.

P. Cuáles son los espacios comprehendidos entre las rectas y las curvas, que me dijisteis se consideraban en el círculo?

R. Dos: el *sector* y el *segmento*.

P. Cuál es el *sector*?

R. El espacio de círculo comprehendido entre dos radios y un arco; que para explicarnos de un modo vulgar, hace la figura de un abaníco abierto y extendido. Así en la fig.ª 6.ª el espacio OAB, comprendido entre los dos radios OA, OB y el arco AB, es lo que llamamos un *sector*.

P. Qué se entiende por *segmento*?

R. El espacio comprehendido entre una cuerda y su arco: así en la misma figura el espacio CDE, comprehendido entre la cuerda EC y el arco CDE, es lo que llamamos un *segmento*.

P. Se divide de algun modo la circunferencia del círculo?

R. Si señor: los Geómetras la dividen en 360 partes que llaman grados, los cuales en los cálculos matemáticos se espresan con una señal como la comprendida en este paréntesis (°): cada grado se divide en 60 minutos que se señalan con un acento ó rayita (′): y cada minuto se subdivide en 60 segundos, que se señalan con dos rayitas (″). De modo que el semicírculo vale 180 grados y el cuadrante 90, como se vé en la figura 7.ª en el círculo marcado por las letras minúsculas *abcd*, dividido por dos diámetros que se cortan perpendicularmente, ó que forman uno con otro ángulo recto.

P. Qué observacion haceis en esta figura?

R. Observo que la *abertura de un* ángulo recto tiene por medida un cuadrante de círculo ó un arco de 90°; y como la inclinacion del ángulo recto no varía nunca, diré que su medida fija es un arco de círculo de 90°.

P. Qué entendemos por circunferencias concéntricas?

R. Las que tienen un mismo centro, como le sucede en la figura 7ª á las dos circunferencias ABCD y *abcd*: estas vienen á ser á modo de las paralelas, porque siguiendo una misma direccion no se encuentran nunca una con otra. Cuando dos circunferencias se cruzan y están una dentro de otra, pero no tienen un mismo centro, se llaman *escéntricas*.

LECCION III.

De los ángulos, su medicion y su valor.

P. Qué es *ángulo*?

R. Cuando dos líneas se encuentran en un punto, la abertura ó inclinacion que tienen entre sí se llama *ángulo*, como dijimos mas arriba: así en la figura 8.ª las líneas AB y BC, encontrándose en el punto B, forman en él un ángulo.

P. Cómo se espresan en la Geometría los ángulos al hablar de ellos?

R. Leyendo las tres letras que marcan á

las dos líneas que los forman, dejando en medio la del vértice; como en el ejemplo anterior, donde llamaremos á este ángulo el ángulo ABC; pero es mas sencillo ponerles una letra minúscula dentro del vértice y nombrarlos por esta sola letra; así tambien podremos llamar al anterior el ángulo *a*, designándolo por la letra que se vé en la misma figura.

P. Que significa esa palabra *vértice*, de que habeis usado hablando del ángulo.

R. Se llama *vértice* el punto donde se encuentran las líneas que forman el ángulo, así como se llaman *lados* á las líneas que lo forman.

P. De cuántas clases puede ser el ángulo con relacion á sus lados?

R. De tres: se llama *rectilíneo* cuando sus dos lados son rectos: éste es el mas comun y el único de que trataremos aquí: se llama *curvilíneo*, cuando sus dos lados son líneas curvas; y *mistilíneo*, cuando una es recta y otra curva.

P. En cuántas clases se divide el ángulo, considerada la inclinacion ó abertura de sus lados?

R. En tres. Cuando de las dos líneas que forman el ángulo la una cae perpendicular sobre la otra, él ángulo que forman se llama *recto*: véase por ejemplo en la figura 2.ª los dos ángulos que se forman en el punto B; ambos son rectos. Cuando la línea cae oblícua sobre la otra, inclinándose del lado de donde está la segunda, el ángulo se llama *agudo*: véase en la figura 8.ª el ángulo ABD ó *a*, que es de esta clase. Por último, cuando la línea cae oblícua sobre la otra, inclinándose hácia otro lado del que tiene la direccion de la segunda, se llama *obtuso*, como en la figura 9.ª el ángulo ABC ó *a*.

P. Sabiendo ya la diversidad de ángulos, me diréis ahora como se sabrá el valor de cada uno?

R. Por un medio muy sencillo: desde el vértice de un ángulo se traza un arco de círculo que pase por los dos estremos de sus lados, y el número de grados que tenga el arco será la medida del ángulo. Sirva de ejemplo la figura 10.ª, considerando en ella el ángulo AOD: para saber el valor de este ángulo trazaré un arco de círculo tomando por centro el vértice O, y el número de grados que tenga este arco será el valor del ángulo AOD.

P. Qué se infiere de esta regla?

R. Se infiere necesariamente que el ángulo *obtuso* vale mas que el *recto* y el recto mas que el *agudo*: así se vé que el obtuso comprende en su abertura mayor arco de círculo que el recto y éste mayor que el agudo. Ya se ha dicho que la medida del ángulo recto es siempre el arco de 90° ó el cuadrante.

P. Los dos ángulos juntos que forma una línea cayendo sobre el medio de otra, cómo se llaman?

R. Angulos *adyacentes* ó *continuos*. Véanse las figuras 2 y 3: donde las dos líneas AB que caen sobre las CD forman en los puntos B dos ángulos ABC, ABD, contiguos ó adyacentes.

P. Estos ángulos adyacentes componen entre los dos algun valor fijo?

R. Si señor: estos ángulos valen siempre entre los dos tanto como dos rectos: de suerte que, bien sean efectivamente rectos como en la figura 2, bien sean uno obtuso y otro agudo como en la 3, siempre tienen entre los dos el valor de dos rectos. Asi, si trazásemos una circunferencia desde el vértice B en ambas figuras, veríamos que en una y en otra quedaria descrito un semicírculo completo, pasando por los puntos CAD: es decir que en ambas figuras valian entre los dos ángulos 180°: y como 180° es el valor de dos rectos, nos habríamos convencido de que en cualquiera caso de esta especie los dos ángulos contiguos valdrán siempre dos rectos.

P. Cómo haríamos si tuviésemos que dividir un ángulo en otros ángulos ó partes iguales?

R. Trazar un arco de círculo desde el vértice, que tocase en ambos lados: dividir despues el arco comprendido entre los dos lados en partes iguales, y tirar líneas desde el vértice del ángulo hasta los puntos de division marcados en el arco de círculo. Sirva de ejemplo la fig. 10: supongo que en ella solo existe el ángulo AOD, que quiero dividir en tres partes iguales: para verificarlo trázese desde el centro O un arco de círculo ABCD; dividiré este arco en tres partes iguales, marcando los puntos de division en B y C: tiraré luego las líneas BO y CO, y tendré dividido el ángulo AOD en tres iguales AOB, BOC y COD. No puede dudarse que son iguales estos tres ángulos, puesto que cada uno tiene por medida un arco de círculo igual.

LECCION IV.

De las figuras: y en especial de los triángulos.

P. Qué es *figura*?

R. Un espacio comprendido y cerrado por varias líneas: al espacio que comprenden estas se llama *area* ó *superficie*; y al conjunto de líneas que lo cierran se llama *contorno* ó *perímetro*.

P. De cuántas clases pueden ser las figuras segun las líneas que las formen?

R. De tres: las que estan formadas de líneas rectas, se llaman *rectilíneas*; las que lo están por curvas, *curvilíneas*: y las que lo están por rectas y curvas, *mistilíneas*.

P. Cuándo se llaman las figuras *iguales, semejantes ó equivalentes*?

R. Cuando dos figuras son tales que sobrepuesta una á la otra se confundirian todos sus estremos, se llaman *iguales*. Cuando, aunque no sean iguales, el espacio comprehendido entre sus superficies viene á serlo, se llaman *equivalentes*: y cuando, aunque diferentes en tamaño, son iguales en todas y cada una de sus proporciones, se llaman *semejantes*.

P. Qué se entiende por *base* y por *altura* en las figuras geométricas?

R. Se llama *base* el lado sobre que se las considera descansando: y *altura* la línea perpendicular que se levanta desde la base al punto superior mas distante.

P. Cuántos nombres reciben las figuras segun el número de líneas ó de *lados* que la componen?

R. Varios; pero reservándolos para la leccion siguiente, vamos á hablar aquí de la figura de menos lados, ó sea del *triángulo*.

P. Qué es *triángulo*?

R. Llamamos *triángulo rectilíneo*, ó simplemente *triángulo*, al espacio cerrado por tres líneas rectas: véase la fig. 11.

P. De cuántos modos pueden ser los triángulos con relacion á sus lados?

R. De tres: *equiláteros*, *isósceles* y *escalenos*: *equilátero* es el que tiene los tres lados iguales, como el de la fig. 11, cuyos lados AB, BC, y AC son todos tres iguales: *isósceles* es el que tiene dos lados iguales y el tercero desigual, como el de la figura 12, que tiene iguales los lados AB y AC y desigual el otro lado BC: y *escaleno* es el que tiene los tres lados desiguales como el de la fig. 13, donde cada uno es de un tamaño diferente.

P. Cómo se clasifican los triángulos con relacion á sus lados?

R. En dos clases: *rectángulos* y *oblicuángolos*: *rectángulo* es el que tiene un ángulo recto, como el de la fig. 14, donde es recto el ángulo en C: *oblicuángulo* es el que no tiene ningun ángulo recto, como los de las figuras 11, 12 y 13.

P. De cuántas clases son los triángulos *oblicuángulos*?

R. De dos; *obtusángulos* y *acutángulos*: *obtusángulos* son los que tienen algun ángulo obtuso, como el de la figura 13, que tiene obtuso el ángulo en C: *acutángulos* son los que tienen los tres ángulos agudos, como los de las figuras 11 y 12.

P. Los lados del triángulo tienen algun nombre particular cuando este es rectángulo?

R. Si Señor: el lado que está enfrente ú opuesto al ángulo recto se llama *hipotenusa*; y los otros dos se llaman *catetos*.

P. Toda vez que el triángulo es una figura geométrica ¿ me diréis en uno de ellos cuál es su base y cuál su altura?

R. Si Señor: sirva de ejemplo la figura 12: en este triángulo la *base* es el lado BC, sobre el cual descansa, y la *altura* se tomará tirando la línea AD, que sobre la base se levanta perpendicular al punto superior mas distante.

P. Cuántos ángulos tiene un triángulo?

R. Tres, que son los que forman los tres encuentros de sus lados, que se llaman *vértices*.

P. Cómo se conseguiria formar un triángulo de tres lados exactamente iguales?

R. Trazando un círculo, dividiendo éste en tres partes iguales, y tirando tres líneas que se tocasen en los tres puntos de division, el espacio comprendido entre ellas seria un triángulo *equilátero*: sirva de ejemplo la figura 15.

P. Entónces este triángulo no tendria tambien los tres ángulos iguales?

R. Si Señor, porque todos tienen por medida igual arco de círculo; y por eso es un principio fijo en Geometría que todo triángulo equilátero tiene los tres ángulos iguales y vice-versa.

P. Y en los triángulos rectángulos ú obtusángulos cuál es el lado mayor?

R. El que está enfrente ú opuesto al mayor ángulo, que es en los rectángulos el ángulo recto, y en los obtusángulos el ángulo obtuso.

LECCION V.

Concluye el tratado de las figuras.

P. Habeis dicho en la leccion anterior que la figura de menos lados es triángulo; segun eso ¿ cuántos lados puede tener una figura?

R. Puede tener cuatro, cinco, seis, siete, ocho, y así hasta lo infinito.

P. Cómo se llama cada una estas figuras?

R. La figura de 4 lados se llama *cuadrilátero*, como se vé en cualquiera de las 16, 17, 18, 19, 20 y 21 del plano; pero los cuadriláteros pueden ser de diversas clases.

P. Me esplicaréis cada una de ellas?

R. Si Señor: si en el cuadrilátero no hay ninguna línea que sea paralela á otra, se llama *trapezoide*: de este género es la figura 16. Cuando dos de las líneas son paralelas entre sí, y las otras dos nó, se llama *trapecio*; veáse la figura 17: y cuando las cuatro líneas son paralelas de dos en dos, se llama *para-*

lógramo, como se vé en las figuras 18, 19, 20 y 21; pero los paralelógramos, como se ve en ellas, pueden ser de distintas clases y tiene cada una su denominacion especial.

P. Cuáles son estas clases?

R. Cuando las líneas son desiguales de dos en dos y desiguales tambien de dos en dos los ángulos del paralelógramo, se llama *romboide*: asi se ve en la figura 18, donde los lados AB y CD son mayores que los AC y BD y los ángulos en A y en D mayores que los ángulos en B y en C. — Cuando los cuatro lados son iguales, pero los ángulos siguen desiguales, se llaman *rombo*; así se ve en la figura 19, donde los cuatro lados AB, BD, DC y CA son iguales; pero los ángulos en A y en D son mayores que los en B y en C. — Cuando los lados son desiguales de dos en dos, pero los cuatro ángulos son iguales, *se llama rectángulo*; así se vé en la figura 20. — Por último: cuando los cuatro lados y los cuatro ángulos son iguales, se llama *cuadrado*: véase la figura 21.

P. Cómo se llaman las figuras que tienen mas de cuatro lados?

R. La que tiene cinco lados se llama *pentágono*; de esta clase es la figura 22: la que tiene seis lados se llama *exágono*; véase la figura 23: la que tiene siete lados se llama *eptágono*, como se vé en la figura 24: la que tiene ocho lados se llama *octógono*, figura 25; y la que tiene mas de ocho, sea cualquiera el número de lados que tenga, se llama *polígono*.

P. De cuántas clases son los polígonos?

R. De dos; regulares é irregulares: se llama *regular* al que tiene iguales todos sus ángulos y todos sus lados; é *irregular* al que le faltan estas circunstancias: las figuras 22, 23, 24 y 25 son todas polígonos regulares; y la 26 es un polígono irregular.

P. Qué se entiende en un polígono por ángulo *saliente* y por ángulo *entrante*?

R. Se llama ángulo *saliente* del polígono aquel cuyo vértice mira hácia fuera de la figura, como en la 26 los ángulos en B y en D; y *entrante* aquel cuyo vértice mira hácia dentro de ella, como en la misma figura el ángulo en C.

P. Cuál es el centro de un polígono regular?

R. Levantando perpendiculares en medio de los lados de un polígono, en direccion hácia dentro del mismo, el punto donde se encuentren estas perpendiculares, será el *centro* del polígono. Véase en la figura 25 el punto O, que es el centro del octógono.

P. Qué es lo que se entiende por *radios rectos* y *radios oblícuos* de un polígono?

R. La línea que desde el centro va á parar perpendicularmente sobre cada lado, se llama *radio recto*, como son todas las de la figura 25: las líneas que desde el centro van á parar á los ángulos se llaman *radios oblícuos*, como lo son todas las de las figuras 22 y 23.

P. Cuándo se dice que un polígono está *inscrito* ó *circunscrito* en un círculo?

R. Cuando el polígono está dentro de la circunferencia, de modo que todos sus ángulos tocan en ella, se dice que está *inscrito* en el círculo; así se vé en la figura 23, donde el polígono está inscrito en el círculo de puntitos que vemos trazado por fuera de él.

—Cuando el polígono está fuera de la circunferencia de modo que todos sus lados sean tangentes de ella, entonces se dice circunscrito al círculo, como se vé en la figura 25.

R. Qué es lo que se llama *sajita*?

R. Así se llama en un polígono inscrito en un círculo á la diferencia que hay entre el radio oblícuo y el radio recto, ó lo que es igual, á la parte de radio recto comprehendida entre el círculo y el lado del polígono; como lo es en la figura 23 el pedacito de línea *ab*.

P. Qué es *diagonal*?

R. La línea que desde un ángulo del polígono vá á parar á otro: como en las figuras 19 y 20 las dos líneas CB.

LECCION VI.

De la medicion de las superficies.

P. Habiendo conocido ya las diferentes clases de figuras geométricas y las partes que las componen, ¿me daréis ahora algunas reglas para poder valuar el espacio comprehendido dentro de cada una de ellas, á que llamamos su área ó superficie?

R. Si señor: y estas reglas serán diferentes segun sea la figura un triángulo, un paralelógramo, un trapecio, un polígono, un círculo ú otra diferente.

P. Cómo averiguaré el valor de la superficie de un triángulo?

R. Si se multiplica su base por la mitad de su altura, el producto de éstas representará el valor de su superficie: Sirva de ejemplo el triángulo ABC, figura 12; supongo que este triángulo lo forma un pedazo de terreno y quiero saber cuantas varas cuadradas de tierra hay dentro de él: mediré la base BC, á la que doy 20 varas de extension: mediré luego la altura AD, y supongo que tiene 30: multiplicaré pues, 20, que es el número que representa la base, por la mitad de 30, número que representa la altura; ó lo que es igual, multiplicaré 20 por 15, y el producto 300 serán las varas cuadradas que tiene la superficie del triángulo dado.

P. Cómo se valúa la superficie de un *paralelógramo?*

R. Multiplicando su base por su altura, el producto de estas será el valor de la superficie del paralelógramo. Sirva de ejemplo la figura 19.—En este paralelógramo la base es la línea CD y la altura la línea AE, tirada desde el punto superior A perpendicularmente á la base CD: supongo que la base tiene 12 varas de extension y la altura 9; multiplicaré 9 por 12, y el producto 108 serán las varas cuadradas que haya dentro del paralelógramo ABCD.

P. Cuál es el valor de la superficie de un *trapecio*?

R. El producto de la altura por la semísuma de las dos bases paralelas. Sirva de ejemplo la figura 17: supongo en ella que las bases CD y su paralela AB tienen la primera 16 varas de largo y la segunda 10, es decir, que suman entre las dos 26 varas; la mitad de esta suma, 13, la multiplicaré por la altura AE, y el producto será el valor en varas cuadradas de la superficie del trapecio ABCD.

P. Cómo se encuentra el valor de la superficie de cualquier polígono *regular*?

R. Multiplicando el contorno ó perímetro por la mitad del radio recto. Sirva de ejemplo la fig. 25, donde quiero saber el valor de la superficie que comprende el octógono que representa la misma: multiplicaré toda la estension del contorno ABCDEFGH, que supongo tenga 64 varas, por la mitad del radio recto *on*, que supongo tenga 10, ó lo que es igual, por 5: y hallaré que la superficie del octógono contiene 320 varas cuadradas.

P. Cómo se averigua el valor de la superficie de un polígono *irregular*?

R. Como en este no hay datos fijos, se le divide en triángulos por medio de diagonales: se valúa la superficie de cada triángulo, y la suma de estos valores representará el valor de la superficie del polígono. Sirva de ejemplos la figura 26, que representa un exágono irregular; por medio de las diagonales tiradas desde el ángulo en F á los ángulos en B, C y D, lo dividiré en cuatro triángulos; averiguaré lo que vale la superficie de cada uno por medio de la regla dada anteriormente; y sumando estos valores parciales, sacaré el valor total de la superficie de dicho polígono irregular.

P. Cuál es el valor de la superficie ó espacio contenido dentro de un círculo?

R. El producto de la circunferencia por la mitad del radio. Sirva de ejemplo el círculo *abcd*, fig. 7; si quiero averiguar cuantas varas cuadradas hay dentro de ella, suponiendo que sea un terreno circular, mediré la circunferencia, cuyo valor reduzco á 60 varas, y supongo asimismo que el radio tiene 10 varas: multiplicaré 60 por 5, mitad del valor del radio, y hallaré que la superficie del círculo *abcd* tiene 300 varas cuadradas.

LECCION VII.

De los sólidos.

P. Qué se entiende por *sólido*?

R. Ya dijímos al principio que se llama *sólido*, *volumen* ó *cuerpo geométrico* el que abraza la extension en sus tres dimensiones; es decir, que tiene largo, ancho y grueso.

De suerte que la línea está formada de puntos; la superficie está formada de líneas, y el sólido está formado de superficies, segun hemos tenido ocasion de ver en el curso de este tratadito.

P. De cuántas clases pueden ser los *sólidos*?

R. De dos: *regulares* ó *irregulares*; *regulares* se llaman cuando todas sus caras ó superficies son enteramente iguales; é *irregulares* cuando no lo son.

P. Cuántas caras ó planos pueden tener los sólidos?

R. Muchas y muy varias; á la manera que las figuras pueden estar terminadas por diferente número de líneas, como antes vimos.

P. Cuántos son los sólidos *regulares*?

R. Los sólidos ó *poliedros regulares* son cinco: para dar una idea de ellos supongamos que tenemos una bola de madera y le vamos dando tajos hasta que se quede esquinada con solas cuatro caras iguales: estas caras serán cuatro triángulos equiláteros, y el sólido que resulte será regular y se llamará *tetraedro*: si le hiciesemos seis caras iguales, serian estas seis cuadrados y el sólido regular que resultase se llamaria *exaedro* ó *cubo*; esta es precisamente la figura de un dado: si le hiciésemos ocho caras iguales, estas serian triángulos equiláteros, y el cuerpo se llamaria *octaedro*: si le hiciésemos doce caras iguales, estas serian pentágonos, y el sólido se llamaria *dodecaedro*: por último si le hiciésemos veinte caras iguales, estas serian triángulos equiláteros, y el cuerpo se llamaria *isocaedro*. No bosquejamos estos cuerpos en el cuadro de las figuras, porque el dibujo no basta nunca á dar una idea exacta de ellas.

P. No puede haber mas sólidos regulares?

R. No señor.

P. En estos ó en cualquiera clase de sólidos ¿cómo se llama la línea donde se juntan dos caras de la superficie y que viene á ser comun á estas dos caras?

R. Se llema *lado* ó *arista*.

P. Y al punto en donde se reunen varios ángulos?

R. Se le llama *ángulo sólido.*

P. Cuáles son los mas notables entre los sólidos irregulares?

R. Estos dos: el *prisma* y la *pirámide.*

P. Qué es *prisma?*

R. Es un poliedro cuyas dos bases, ó cuya superficie alta y baja, son dos polígonos iguales y paralelos; y al rededor está terminado por tantas caras ó paralelógramos como lados tienen las bases. Sirva de ejemplo la fig. 27: en ella las bases del prisma son dos triángulos: y su altura està terminada por tres caras que corresponde cada una á un lado del triángulo.

P. De cuántas clases puede ser el prisma?

R. El prisma varía de especie segun la clase de figura que le sirve de base: y segun la direccion de las caras que forman su altura.

P. En cuántas clases se divide el prisma segun la figura que le sirve de base?

R. En las siguientes: si las bases son triángulos, se llama prisma *triangular*: si son cuadriláteros, se llama *cuadrangular*; si son pentágonos, *pentagonal*; y asi de los demas: por último, cuando las bases del prisma son paralelógramos, se llama *paralelepípedo.*

P. Y segun la direccion de las caras que forman su altura, ¿en cuántas clases se divide el prisma?

R. En dos; *recto* y *oblícuo*: es prisma *recto* aquel en que las caras son perpendiculares á la base; y *oblícuo* aquel en que las caras caen oblicuamente sobre la base. Si en la figura 27 todo el prisma estuviese inclinado hácia un lado sin alterar la direccion y figura de su base, seria un prisma *oblícuo.*

P. Segun lo que habeis dicho entendeis por bases en un polígono la cara sobre que descansa y la opuesta ¿No es esto?

R. Si Señor: así como entiendo por altura del prisma la perpendicular que se tire desde una de las bases á la otra.

P. Que es *pirámide?*

R. Es un poliedro que tiene por base una figura cualquiera y cuyas caras son triángulo que van á parar todos á un mismo punto llamado cúspide ó vértice de la pirámide: véase en la figura 28 la pirámide ABCDE.

P. Qué es pirámide *regular* ó *irregular*?

R. Pirámide *regular* es la que tiene por base un polígono regular, y en la que la línea tirada desde la cúspide hácia la base, que se llama la *altura*, cae en el centro de la base: irregular es aquella á que le falta alguna de estas circunstancias.

P. Qué nombres recibe la pirámide segun la figura que le sirve de base?

R. Los siguientes: se llama *triangular* cuando tiene por base un triángulo; *cuadrangular*, cuando es su base un cuadrilátero; *pentagonal*, cuando es un pentágono; etc. etc.

P. Qué es *pirámide truncada*?

R. Cuando á una pirámide se da una *seccion* ó corte, como se vé en la figura 28, por medio del plano *abcd*, dará por resultado una pirámide truncada. La parte inferior se llama *tronco* ó *trozo* de *pirámide*, pues la superior es una nueva pirámide mas pequeña.

LECCION VIII.

De los cuerpos redondos.

P. A qué llaman los Geómetras cuerpos *redondos*?

R. Cuerpo *redondo* ó de revolucion es el que está terminado por una superficie que no presenta esquinas ó ángulos sólidos.

P. Cuántos son los cuerpos redondos?

R. Tres: el *cilindro*, el *cono* y la *esfera*.

P. Qué es *cilindro*?

R. Un cuerpo cuyas dos bases opuestas son dos círculos iguales y paralelos, y cuya superfície lateral es convexa. Todos sabemos prácticamente lo que es un cilindro; pero valiéndones de una comparacion material, daremos por ejemplo de él el volumen de un vaso comun de cristal, suponiéndolo muy igual de arriba abajo.

P. Cuál es la *altura* del cilindro?

R. La línea que desde un punto de la base superior se tira perpendicularmente á otro punto de la base inferior: si esta línea, tirada desde el centro del círculo que forma la base superior, va á parar al centro del círculo que forma la base inferior, el cilindro es *recto*; sino es *oblicuo*.

P. Qué es *cono?*

R. Es un cuerpo que tiene por base un círculo y está terminado por una superficie curva que remata en un punto llamado cúspide ó vértice del cono. Valiéndonos de una comparacion material, un pilon de azucar viene á ser lo que llamamos un cono.

P. Cuál es la *altura* del cono?

R. La línea que desde la cúspide cae perpendicularmente sobre la base: si tirada de este modo cae en el centro de la base, el cono es recto; si no, es *oblícuo*: además, la línea que representa la altura del cono recto, ó la que viniendo desde el vértice cae en el centro de la base, se llama *eje* del cono.

R. Qué es *cono truncado?*

R. Cuando á un cono se dá una seccion ó corte por medio de un plano, resulta un cono truncado: la parte inferior se llama *tronco* ó *trozo* del cono, pues la superior no es mas que un nuevo cono, cuya base es el círculo producido por la seccion hecha.

P. Qué es *esfera?*

R. Un cuerpo terminado por una superficie curva, cuyos puntos están todos á igual distancia de uno que se llama *centro*. Una bola de villar es una esfera.

P. Cuántas líneas hay que considerar en la esfera?

R. Dos: el *diámetro* y el *radio*. *Diámetro* es toda la línea que pasando por el centro vá á terminar en la circunferencia, y que tambien puede ser el *eje* de la esfera. *Radio* es la línea que desde el centro de la esfera va á parar á la superficie.

P. Cuántos círculos hay que considerar en la esfera?

R. Dos: el círculo *máximo* y el *menor*. Círculo *máximo* es el que hecho en la superficie de la esfera, pasa tambien por el centro de ella: este círculo corta la esfera en dos partes iguales, que se llaman *hemisferios*: círculo *menor* es el que hecho en la superficie de la esfera no pasa por el centro de ella: este círculo divide lo esfera en dos partes desiguales.

P. Cuántas secciones ó trozos pueden considerarse en la esfera?

R. Tres: el *casquete esférico*, el *sector esférico*, y la *zona*. *Casquete esférico* es una porcion pequeña de la superficie de la esfera cortada por un plano en cualquiera direccion. —*Sector esférico* es el volúmen originado de la revolucion de un sector de círculo; es una parte de la esfera que teniendo por base un trozo circular de su superficie, va á parar en figura cónica al centro de ella.—*Zona* es el espacio de esfera contenido entre dos planos ó círculos paralelos, que dividen la esfera sin pasar por el centro.

FIN.

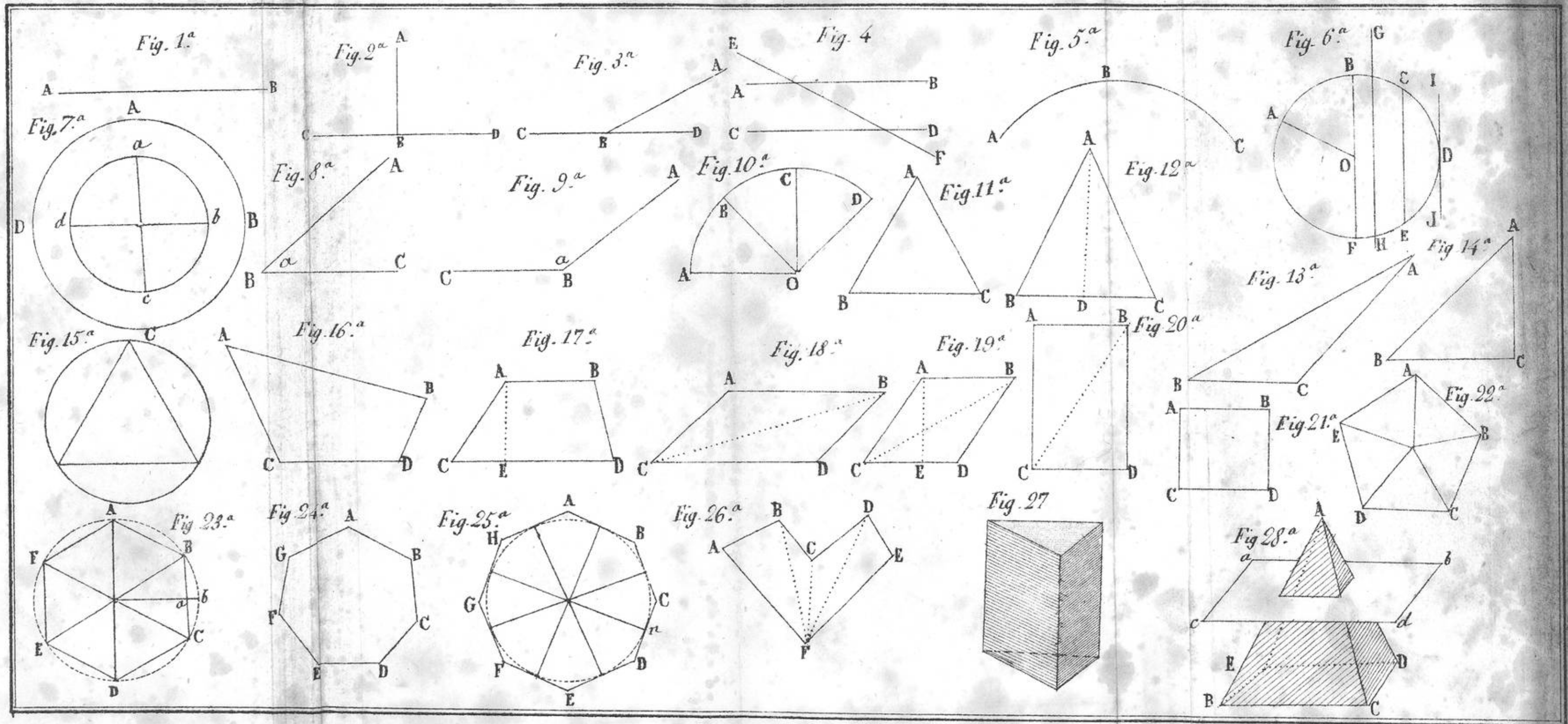

Fig. 1.a
Fig. 2.a
Fig. 3.a
Fig. 4
Fig. 5.a
Fig. 6.a
Fig. 7.a
Fig. 8.a
Fig. 9.a
Fig. 10.a
Fig. 11.a
Fig. 12.a
Fig. 13.a
Fig. 14.a
Fig. 15.a
Fig. 16.a
Fig. 17.a
Fig. 18.a
Fig. 19.a
Fig. 20.a
Fig. 21.a
Fig. 22.a
Fig. 23.a
Fig. 24.a
Fig. 25.a
Fig. 26.a
Fig. 27
Fig. 28.a

ÍNDICE.

ARITMÉTICA.

APÉNDICE.

GEOMETRIA.

APÉNDICE.

GEOMETRIA.

BIBLIOTECA COMPLETA

DE LA INFANCIA.